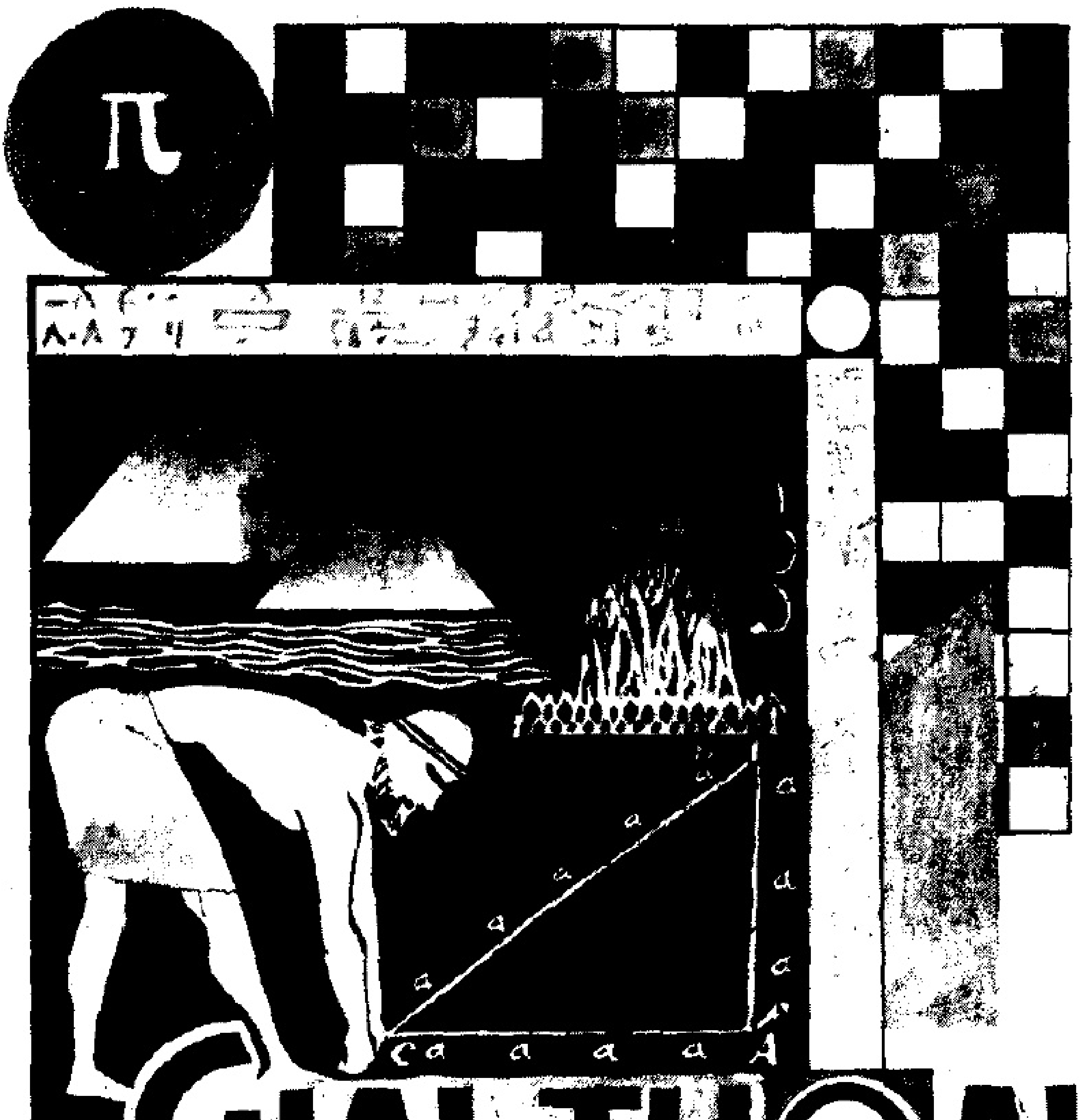
PHAN THANH QUANG



GIAI THOẠI TOÁN HỌC

TẬP MỘT

PHAN THANH QUANG

GIAI THOẠI TOÁN HỌC

TẬP MỘT

(In lần thứ ba)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC - 1995

Chịu trách nhiệm xuất bản
Giám đốc : Trần Trâm Phương
Tổng biên tập : Nguyễn Khắc Phi
Trưởng chi nhánh NXBGD tại thành phố HCM :
Nguyễn Khương Đắc

Biên soạn : PHAN THANH QUANG
Biên tập : NGUYỄN VĨNH CẬN
Bìa và minh họa : NGÔ TRỌNG HIỂN
Biên tập mĩ thuật : ĐÀO NGUYÊN
Sửa bản in : PHẠM XUÂN DIỆU

PHAN THANH QUANG
Giai thoại toán học : T.1/Phan Thanh Quang. In lần thứ 3. - H.: Giáo dục, 1995.- 116 tr. ; 14,5 × 20,5cm
Mã số : 8H049t5 51 (083)

LỜI NÓI ĐẦU

Vai trò của Toán học trong sự phát triển của khoa học kĩ thuật là điều đã được khẳng định từ lâu. Có thể nói không quá đáng rằng những thành tựu của khoa học kĩ thuật trên tất cả mọi lĩnh vực không thể có được nếu không có những công trình toán học ở đỉnh cao. Toán học đóng vai trò "chiếc chìa khóa", "ngọn đèn chiếu" để nhân loại mở cửa vào kho tàng rực rỡ của nền văn minh.

Toán học, cũng như mọi sản phẩm khác của trí tuệ con người không phải tự trên trời rơi xuống, mà bắt nguồn trực tiếp, sâu xa từ cuộc đấu tranh sinh tồn và phát triển của con người.

Có người nói rằng con chim biết cảm nhận số trứng, con mèo biết cảm nhận số con của chúng, như vậy là chúng cũng có một chút "bản năng toán học". Điều đó ta chưa dám kết luận. Nhưng rõ ràng con người đã làm toán từ khi bắt đầu được gọi là "CON NGƯỜI".

Thực vậy, con người đã "tư duy toán học" từ khi còn dùng hòn sỏi, ngón tay, nút thắt trên dây để đếm số người, số bò, số cung tên... của mình. Số học, nền tảng của toán học bắt đầu từ những sáng kiến "bác học" đó.

Những kiến thức hình học bắt đầu từ nhận xét hình dạng dây cung, Mặt trời, mặt nước hồ, tia nắng. Ghi lại bằng nét khắc trên đá, đất, đo đạc bằng dây, bằng que... là viết những trang đầu tiên của bộ sách hình học đồ sộ ngày nay.

Toán học không phải chỉ mang màu sắc "lí trí" mà còn xuất hiện, len lỏi, thấm sâu trong quan hệ xã hội, trong tình cảm giữa con người với con người. Điều đó đã được thể hiện qua các bài toán dân gian, các cuộc thi đố vui dân dã . Ngày nay ai cũng biết các bài toán kiểu "Trăm trâu trăm bó cỏ", "Hàn Tín điểm binh", "Nữ thần Thi ca và nữ thần Sắc đẹp trao đổi táo và hoa", "Bông sen trên mặt hồ", "Lực sĩ Asin chạy thi với rùa", "Vua Ấn Độ và bàn cờ", "Hoàng đế Ip-An-Kuzơ cân vàng"...v.v...

Nếu trong văn học có "văn chương truyền khẩu" thì tôi nghĩ rằng trong toán học cũng có "toán học truyền khẩu" kết hợp tài tình, đầy sáng tạo cái "tư duy lôgic" với chất "hài", chất "lãng mạn", bằng một nghệ thuật độc đáo. Trong nhiều trường hợp, toán học chỉ là một cái cớ để người ta gửi gắm vào đó những ước mơ, lời khuyên về đạo lí, một câu chuyện lịch sử, một ghi chép về phong tục... (như trong chuyện "Pakhôm mua đất" của Tônxtôi, "Toán học và quyền thừa kế", "Đếm vết thương ăn tiền", "Đội quân Harôn có bao nhiêu người",

"Giôdep dùng toán cứu hai người", "Anh mà đoán đúng thì em chịu liền"...)

Trải qua thời gian, các câu chuyện toán học dần dần mang dấu ấn rõ nét của sự phát triển toán học, từ chỗ thô sơ dân dã, trở thành hiện đại, tinh vi (như trong chuyện "Ơle và bài toán 7 chiếc cầu", "Cái vòng quái quỷ của Mơbius", "Số cá âm dự báo thiên tài Pôn-Đirac"...)

Trong tập sách nhỏ này, dưới cái tên "Giai thoại toán học", tác giả có ý định tập hợp những câu chuyện toán học có liên quan đến một *truyền thuyết, một sự tích lịch sử, một phong tục,* một giai thoại về cuộc đời của một danh nhân, một câu chuyện có nội dung toán học được lưu truyền trong dân gian, trong báo chí, sách vở...

Đây không phải là tuyển tập các câu chuyện vui về Toán, vì cũng như trong văn học, trong Toán học cũng có câu chuyện toán vui, mà cũng có câu chuyện toán buồn, làm rơi nước mắt (như chuyện "Pakhôm mua đất" của Tônxtôi, "Tài tình chi lắm cho trời đất ghen" nói về tiểu sử Galoa, "Đếm vết thương ăn tiền"...)

Đây cũng không phải là tuyển tập các bài toán đố lắt léo, vì nội dung toán chỉ là một cái cớ để đưa đẩy câu chuyện cho thêm phần hấp dẫn. Có nhiều giai thoại mà nội dung toán học không vượt quá bốn phép tính sơ cấp, nhưng nội dung xã hội, lịch sử, phong tục thì khá phong phú, độc đáo.

Lâu nay ai cũng nghĩ rằng "toán học là khô khan". Nghĩ như vậy cũng có lí do, vì chỉ liếc qua danh mục sách toán trong thư viện, trong hiệu sách, cũng đã thấy đau đầu, toàn là "luyện thi", "toán mẫu", "ôn tập", "hướng dẫn", "phân loại" v.v...

Tác giả hi vọng rằng cuốn "Giai thoại toán học" sẽ đem đến cho bạn đọc những phút giải trí thoải mái và những phát hiện thú vị, bất ngờ. Thú vị vì các màu sắc phong phú về thiên nhiên, lịch sử, phong tục, xã hội, địa lí của nhiều vùng khác nhau trên Trái đất. Bất ngờ vì nội dung toán học được cài rất khéo, tưởng là khó mà hóa dễ, tưởng là dễ mà hóa ra cũng khó.

Ý định của tác giả là như vậy, không biết có đạt được hay không.

Nếu có chỗ nào sai sót, mong bạn đọc đánh cho hai chữ "đại xá" và gửi cho tác giả những ý kiến nhận xét, phê bình để tác giả sửa chữa trong lần in sau. Mong lắm thay !

Xin chân thành cảm tạ.

TÁC GIẢ

VÀI LỜI CỦA TÁC GIẢ
(Nhân dịp lần in thứ hai)

Sau khi cuốn "Giai thoại toán học - tập một" ra đời, tác giả đã nhận được nhiều thư động viên, khuyến khích quý báu của bạn đọc gần xa. Báo "Tuổi trẻ" và tạp chí "Toán học và tuổi trẻ" đã có bài giới thiệu cuốn sách này với những tình cảm ưu ái. Tác giả xin có lời cảm ơn chung đến bạn đọc kính mến.

Tác giả cũng nhận được nhiều ý kiến nêu lên một số thiếu sót của sách. Nhiều bạn đọc đề nghị tác giả bổ sung thêm "giai thoại toán học của Việt Nam". Khi viết cuốn này tác giả cũng có ý định như vậy, nhưng thấy khó quá, không biết tìm tài liệu ở đâu. Tác giả mong nhận được sự giúp đỡ để cuốn sách đáp ứng yêu cầu của bạn đọc.

Để đền đáp tình cảm của bạn đọc đối với "Giai thoại toán học - tập một", tác giả đang cố gắng hoàn thành "Giai thoại toán học - tập hai".

Tác giả hy vọng cuốn thứ hai sẽ phần nào làm bạn đọc kính mến hài lòng

Hè 1994

TÁC GIẢ

MÈO HAY CHÓ CHẠY NHANH ?

Gánh xiếc Bacnum có một thời nổi tiếng trên thế giới. Nhằm quảng cáo, nhà nghệ sĩ xiếc thú đề nghị Xamlôi - chuyên gia bậc thầy của Mĩ về toán đố vui ở cuối thế kỉ XIX - ra cho một bài toán đố. Ai giải đúng sẽ được một phần thưởng lớn. Bài toán sau đây đã một thời thành câu chuyện rôm rả, thậm chí thành cãi vã, khắp nơi :

"Một con chó và một con mèo - là những con vật làm xiếc, được huấn luyện đặc biệt - chạy thi 100 fút lượt đi và lượt về (1 fút = 12 insơ = 0,305m). Con chó chạy mỗi bước 3 fút, con



mèo chạy mỗi bước 2 fút, nhưng nó nhảy được 3 bước thì đối thủ của nó mới nhảy được 2 bước. Vậy kết cuộc ra sao ?

Sẽ công bố đáp số và phát thưởng vào ngày 1 tháng 4.

Cần chú ý là ngày 1 tháng 4 hàng năm là "ngày con cá", tức là ngày nói dối, đánh lừa nhau cho vui, đến 24h mới giải đáp mẹo lừa. Mẹo lừa càng kín, càng tinh vi, thì giải đáp càng vui, càng bất ngờ...

Bài giải chính quy :

Để vượt qua toàn bộ quãng đường và trở về thì mèo phải nhảy đúng 100 bước. Chó phải nhảy 102 fút đi và 102 fút về. Thực vậy, ở bước 33 chó vượt được 99 fút, nó phải nhảy thêm 1 bước nữa, nghĩa là nó đã vượt vạch giới hạn 2 fút. Vậy muốn vượt hai lần quãng đường chó phải nhảy 68 bước. Mèo nhảy 3 bước thì chó mới nhảy được 2 bước ; vậy mèo nhảy 100 bước thì chó nhảy được

$$\frac{2}{3} \times 100 = 66\frac{2}{3} \text{ (bước)}$$

Vậy mèo thắng cuộc.

Ngày 1 tháng 4 Bacnum cho lời giải khác hẳn ! Dựa vào đề ra "nó nhảy được 3 bước thì đối thủ của nó mới nhảy được 2 bước" Bacnum giải thích là "chó nhảy được 3 bước thì mèo nhảy được 2 bước".

Chữ "nó" ở đây hiểu là "chó" thì cũng được chứ sao ? Nếu như vậy thì chó đến trước sau 68 bước nhảy, còn mèo trong lúc đó mới vượt được 90 fút và 8 insơ.

Nghe nói khi Bacnum đưa ra lời giải đó, thiên hạ ở Luân Đôn thất vọng và chửi bới um sùm, đến nỗi cảnh sát phải đến giải tán đám người cãi nhau tụ tập trước rạp xiếc, đòi Bacnum ra tranh luận.

CHÀNG THỢ GIÀY VUI TÍNH Ở CHICAGÔ



Chicagô là một thành phố nổi tiếng về thói chơi ngông, tính ngang tàng pha chút "dí dỏm' Ănglê", nhưng có phần thô bạo hơn...

Có một anh chàng chủ hiệu giày, chuyên môn đưa ra các câu đố vui, trong đó các câu nói về những đôi giày do mình sản xuất ra, vừa để quảng cáo, vừa để giải trí.

Anh ta sản xuất ba đôi giày y hệt nhau. Thay vì xếp ba đôi (phải-trái) vào ba hộp, anh ta lại xếp "phải-phải", "trái-trái" "phải-trái". Ngoài nắp hộp anh ta dán một tấm nhãn ghi không đúng với loại giày trong hộp. Ví dụ trong hộp đựng giày "phải-trái" thì tấm nhãn ở ngoài đề là "phải-phải" hoặc "trái-trái".

Mở một hộp nào đó ra, chỉ cần rút một chiếc giày thôi, bạn có thể biết hộp nào đựng đôi giày loại nào không ?

Xin để các bạn suy nghĩ cho vui. Chỉ mách các bạn một thủ thuật nhỏ : chọn hộp có nhãn "phải-trái" rút ra một chiếc.

Nếu chiếc rút ra là "phải" thì, vì nhãn không ghi đúng loại đôi giầy trong hộp nên...

THÁP BECƠN CÓ BAO NHIÊU BẬC ?

Ở Giecxi, trên bờ biển, có một ngôi tháp cổ đã đổ nát, tên là Becơn. Theo dân trong vùng, thì xưa kia tháp này cao không thua gì tháp Babilon trong kinh thánh, và được dùng làm tháp đèn biển.

Cách đây vài trăm năm, sau một vụ cháy kinh khủng, tháp Becơn đã cháy rụi. Nay chỉ còn lại một cây cột cháy sém, cao độ 60 fút. Theo tài liệu cũ còn lại, tháp cao 300 fút, là một độ cao khá vĩ đại, so với khoa học kĩ thuật thời đó.

Tháp là một cây cột lớn gồm nhiều trụ to hợp lại, bao quanh cột là một cầu thang có tay vịn bằng sắt dẫn lên trên theo hình xoáy trôn ốc. Cầu thang bao quanh cột đúng 4 vòng. Trên mỗi bậc thang có một thanh sắt đỡ lan can. Các thanh sắt cách nhau 1 fút, vậy có bao nhiêu bậc thang trên chiếc thang hình xoáy trôn ốc ?

Cần nói thêm là đường kính (của hình trụ tưởng tượng trên đó có cắm các thanh sắt) là 23 fút $10\frac{1}{2}$ insơ.

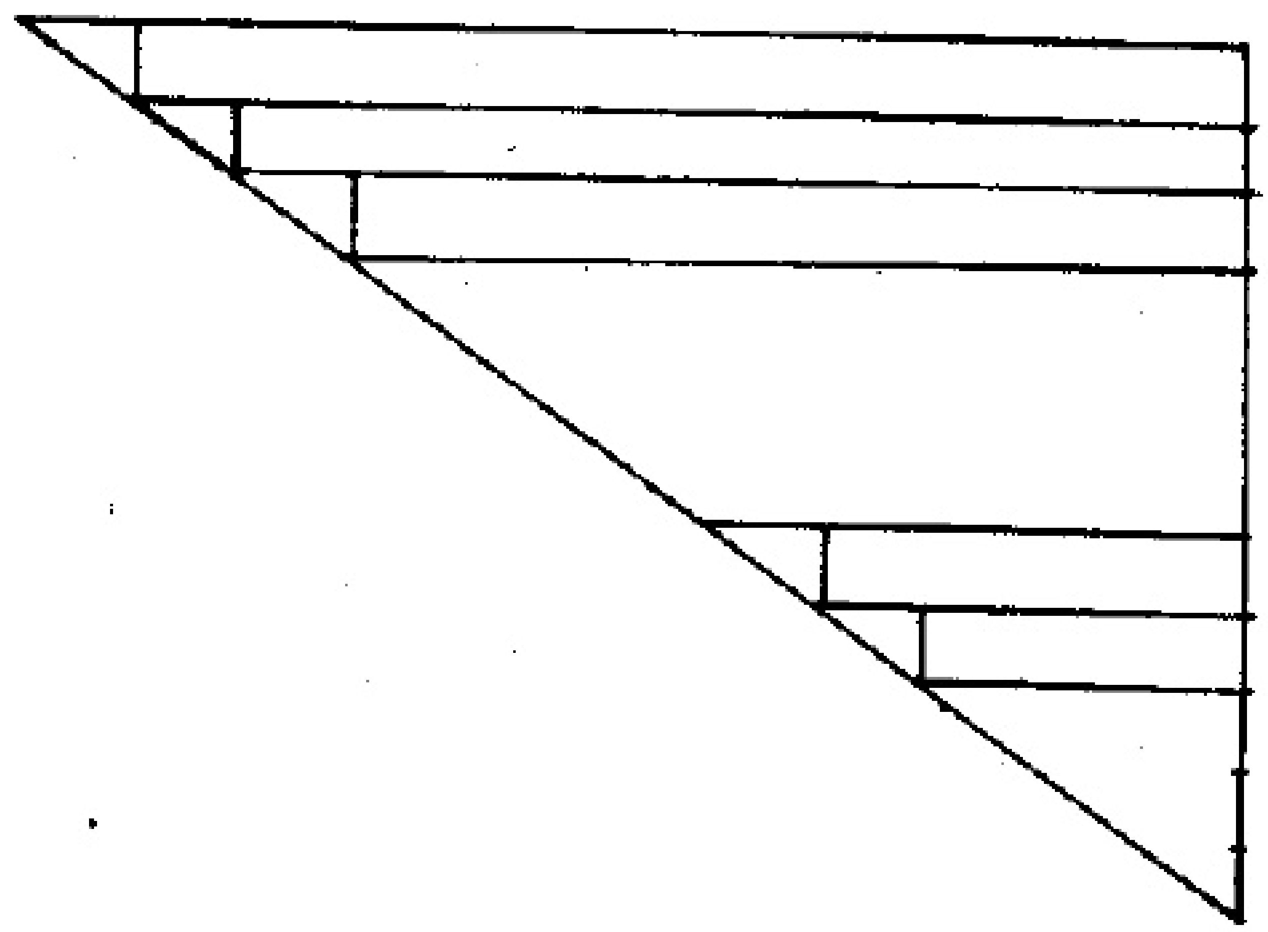
Thuyền trưởng Háp, người còn lưu giữ bức tranh cổ của tháp, nói rằng :

- Chưa có ai tính đúng số bậc thang. Chắc phải nhờ nhà toán học tính giúp.

Sau đây là một lời giải :

Nếu bạn kẻ một đường chéo trên tờ giấy hình chữ nhật, sau đó cuộn tờ giấy thành một cái ống, thì đường chéo đó thành một đường xoáy trôn ốc chạy quanh ống. Vậy có thể xem đường

xoáy ốc chạy quanh cột như là cạnh huyền của một tam giác vuông. Ở đây tam giác vuông đó quấn quanh cột 4 vòng. Đáy của tam giác vuông đó dài gấp 4 lần chu vi của cột (tức lớn hơn đường kính của nó 4 lần), tính ra nó xấp xỉ 300 fút. Vậy độ dài của nó bằng độ cao của tháp.



Đây là một sự trùng hợp ngẫu nhiên, vì độ cao của tháp không dính líu gì đến cách giải bài toán này.

Cũng không cần tính độ dài của thang làm gì, vì các thanh đỡ cách nhau 1 fút, thì khi ta đo khoảng cách đó trên đáy của hình tam giác vuông, chúng cũng sẽ cách nhau chừng ấy trên cạnh huyền, dù cho cạnh huyền có độ dài như thế nào đi nữa.

Vì đáy của hình tam giác vuông có độ dài 300 fút nên thang xoắn ốc có 300 bậc.

Vậy số bậc thang của tháp Becơn là

$$\frac{300}{1} = 300.$$

ĐỒNG HỒ NGƯNG CHẠY LÚC NÀO ?

Có một bài hát cổ nói về chiếc đồng hồ cũ kĩ của một cụ già gần đất xa trời. Chiếc đồng hồ rất cao, cao cho đến nỗi không đặt trên giá được mà phải đặt trên nền đất đã gần 100 năm.

Đồng hồ này có một cái tật không sửa chữa được : Khi kim phút đụng kim giờ thì đồng hồ ngưng lại.

Cụ già đã buồn lại bực mình. Mỗi khi đồng hồ ngưng lại do kim phút đụng kim giờ, cụ quát tháo ầm ĩ, miệng đầy nước bọt, đầu bạc rung rung, mắt long lên sòng sọc.

Có một hôm, đúng lúc kim phút đụng kim giờ, đồng hồ ngưng lại, cụ quá xúc động, té xỉu, ngất luôn.

Nội dung bài hát cổ dân gian được vẽ trên một bức tranh, có hình người đàn bà ngồi trầm tư ghi chuyện đời, tượng trưng cho thời gian, và lưỡi hái của Thần chết phía sau lưng như từng ngày, đợi giờ ra tay.

Trên mặt đồng hồ ở bức tranh, kim giây nằm ở vị trí quá số 5 một chút.

Với vị trí kim giây đó thử tìm xem đồng hồ ngưng lúc mấy giờ ?

Xin nhường cho bạn đọc giải bài toán này với một gợi ý nhỏ : Tính xem hai kim chập nhau vào những giờ nào, vị trí kim giây ứng với giờ nào là hợp lí.

Đáp số : 9 giờ 49 phút $5\frac{5}{11}$ giây

NIUTƠN
(Issauc Newton)
(TỪ MỘT QUẢ TÁO RƠI)

Nói đến Niutơn là nói đến định luật vạn vật hấp dẫn. Luật này được Niutơn phát hiện ra khi quan sát quả táo rơi trong một buổi trưa ngồi nghỉ trong vườn. Ông tự hỏi : "Tại sao quả táo luôn luôn rơi vào tâm Quả đất, không bao giờ rơi chệch khỏi phương thẳng đứng ? Chắc phải có một lực hấp dẫn vật



: Quả đất hấp dẫn quả táo, và ngược lại quả táo hấp dẫn
lất..."

u chuyện "quả táo rơi" không biết có thật hay không,
g có một điều chắc chắn là chính Niutơn là người phát
ra luật hấp dẫn, và trên cơ sở đó là ông tổ của môn cơ
hiên thể và cơ học Trái đất, người sáng lập môn Vật lí
ọc.

utơn sinh ngày 5 tháng 1 năm 1643, con nhà điền chủ ở
ốc, miền Nam nước Anh. Bố mất sớm, mẹ đi lấy chồng,
n ở với bà. Tính tình trầm lặng, thể lực yếu, Niutơn hay
bè bắt nạt. Nhưng Niutơn đã nghĩ ra một cách trả thù
áo : học thật giỏi để chúng bạn nể sợ.

tuổi thi vào Đại học Tổng hợp Cambrigiơ.

g thích mày mò sáng chế các đồ chơi như cái cối xay,
hồ nước, đồng hồ mặt trời.

utơn rất khiêm tốn. Ông nói : "Tôi thấy mình như một
rẻ chơi đùa trên bãi biển, vui sướng mỗi khi nhặt được

một viên sỏi xinh hoặc một chiếc vỏ sò đẹp với hình dạng lạ thường, trong khi đại dương chân lí bí ẩn mênh mông nằm ngay trước mắt tôi".

Ông lãnh đạo Hội khoa học Hoàng gia Anh trong 23 năm.

Ông mất ngày 21 tháng 3 năm 1727. Trên bức tượng của ông dựng ở Đại học Cambrigiơ có khắc câu :

"Người vượt lên nhân loại bằng sức mạnh tư tưởng của mình".

50 NGƯỜI ĂN 1 QUẢ TRỨNG ĐỦ NO



Ở Mađagaxca xưa kia có một loài chim rất to - loài Epionít (epionis) trứng dài 28cm. Ta đã biết trứng gà dài 5cm. Vậy thể tích của quả trứng Êpionit gấp $\left(\frac{28}{5}\right)^3$ lần thể tích trứng gà.

Mà $\left(\frac{28}{5}\right)^3 \approx 170$

50 người ăn 1 quả trứng Êpionít (epionis), tức 170 quả trứng gà cũng tạm đủ

GIÔDÉP DÙNG TOÁN CỨU HAI NGƯỜI

Vétspaxiên (Vespasien) là Hoàng đế La Mã trong thế kỉ thứ nhất. Ông là một người kiên nghị, có đầu óc hài hước. Khi đưa cho Tituýt (Titus) - con trai ông-đồng tiền có được do sắc thuế đánh vào nhà vệ sinh, ông nói : "Con ngửi đi, đồng tiền có mùi gì đâu !"

Thời ấy có Giôdép là nhà viết sử bị Vétspaxiên truy nã vì tổ chức chống lại triều đình. Tục truyền rằng năm 67, Vétspaxiên tìm được hang ẩn náu của Giôdép và 40 đồng chí của ông. Vétspaxiên kêu gọi 41 người ra hàng, nếu không thì sẽ tàn sát tất cả. Đa số muốn tự sát, quyết không đầu hàng. Chỉ có hai người nói riêng với Giôdép là vì hoàn cảnh riêng, muốn đầu hàng để sống. Giôdép rất thông cảm với hai người đó và đặt ra một "quy tắc" như sau, được tất cả mọi người nhất trí thi hành :

41 người đứng thành vòng tròn. Người thứ 1 cầm dao đếm 1, rồi đưa dao sang người thứ hai. Người thứ 2 đếm 2 rồi đưa sang người thứ 3. Ai đếm số 3 thì tự sát ngay. Người thứ tư cầm dao lại bắt đầu đếm số 1, người thứ 5 đếm số 2, người thứ 6 đếm số 3 xong tự sát ngay... Cứ như thế mà tiếp tục từ vòng này qua vòng khác (người nào chết rồi hiển nhiên là không đếm được nữa). Cuối cùng còn lại 2 người muốn sống.

Hỏi Giôdép phải sắp xếp 2 người muốn sống ở vị trí nào ? Để giải bài này chỉ có cách làm các "phép thử" triệt để, rồi rút ra kết quả, không còn cách nào khác. Phép thử cho biết, nếu số người được đánh số từ 1 đến 41 thì các "số tự sát" khi con dao chuyển từng vòng là :

Vòng thứ 1 các "số tự sát" là 3, 6, 9..., 36, 39

Vòng thứ 2 là : 1, 5, 10, 14, 19, 23, 28, 32, 37, 41

Vòng thứ 3 còn 18 người và có 6 người chết mang số 7, 13, 20, 26, 34 và 40

Vòng thứ 4 có 4 người chết mang số 8, 17, 29, 38

Vòng thứ 5 có 2 người chết mang số 21 và 25

Vòng thứ 6 có 2 người chết mang số 2 và 22

Vòng thứ 7 có 2 người chết mang số 4 và 35

Cuối cùng còn sót lại 2 người sống mang số 16 và 31. Vậy Giôdép phải xếp hai người muốn sống vào số 16 và 31.

Chú ý là bài toán này hiện nay chưa có phương pháp giải, ngoài "phép thử" để loại dần.

Trong giờ phút nguy nan, cái chết kề bên cổ, mà Giôdép đã xếp đúng hai người muốn sống vào số 16 và 31 để cứu họ, thật là quá ư thông minh.

Nhưng đó là một truyền thuyết...

XEMOEN KÔNRÍT - NHÀ THƠ YÊU TOÁN

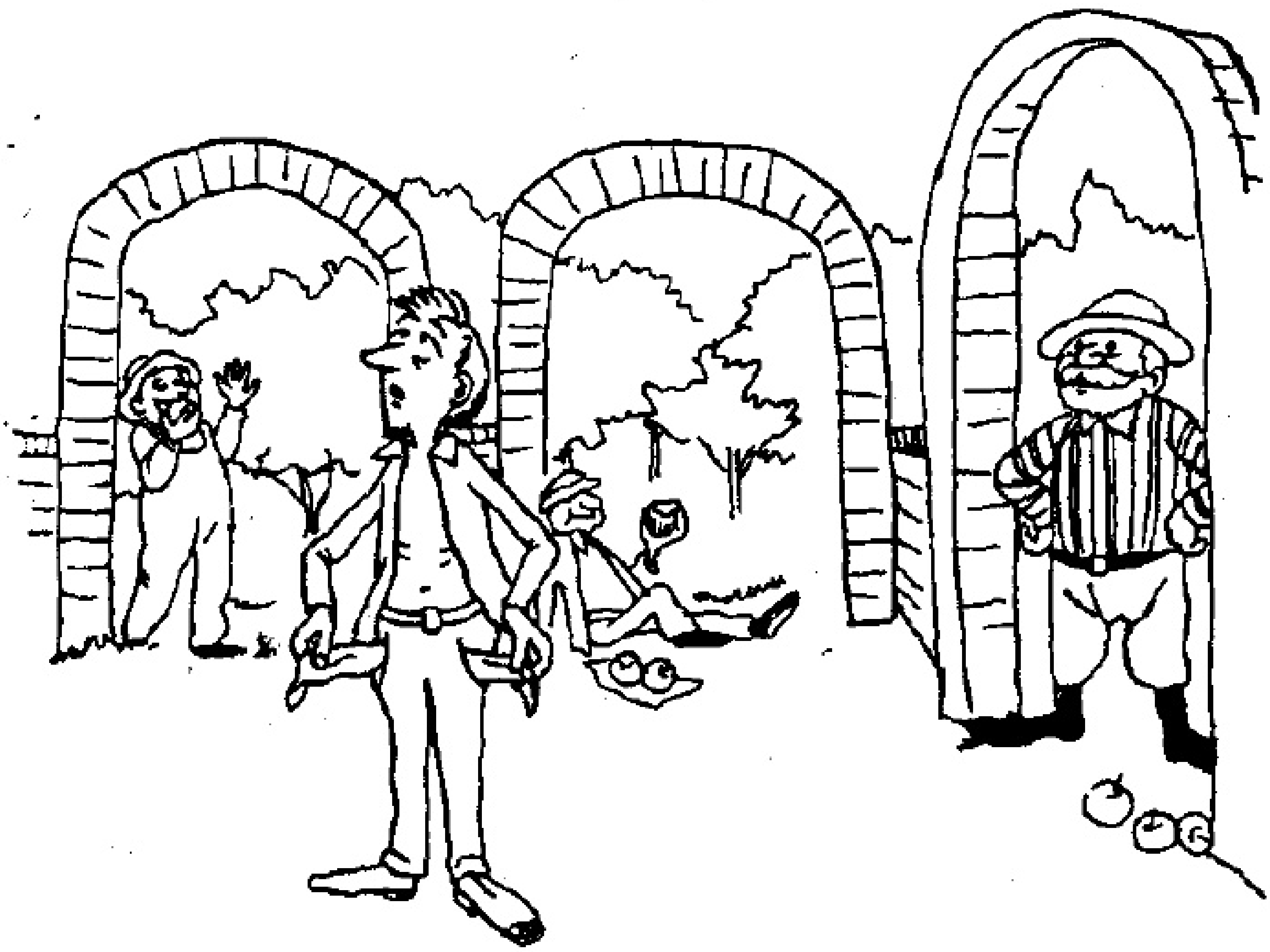
Ít ai nghĩ rằng nhà thơ Mĩ nổi tiếng Xemoen Kônrít cũng quan tâm đến toán như quan tâm đến thơ.

Trong một cuốn sách xuất bản năm 1957, ông viết :

"Bạn hãy nghĩ một số. Nhân số đó cho 2. Cộng với 12. Lấy tổng chia cho 2. Lấy kết quả đó trừ đi số bạn nghĩ. Đáp số là 6. Đúng không ?" (Bạn nghĩ xem, tại sao Kônrít đoán đúng ?)

Trong một cuốn sách khác ông có đưa ra bài toán đố vui, có màu sắc "dân gian" :

"Có một anh chàng lẻn vào vườn hái táo. Khi đi ra bắt buộc phải qua ba cái cổng, mỗi cổng có một người gác. Qua cổng thứ nhất, anh chàng phải biếu $\frac{1}{2}$ số táo cộng $\frac{1}{2}$ quả táo. Qua cổng thứ hai, phải biếu $\frac{1}{2}$ số táo còn lại cộng $\frac{1}{2}$ quả táo. Qua cổng



thứ ba phải biếu $\frac{1}{2}$ số táo còn lại cộng $\frac{1}{2}$ quả táo. Rốt cuộc anh chàng chẳng còn quả táo nào cả. Hỏi lúc đầu, anh chàng có ít nhất mấy quả ?"

Để giải bài toán này chỉ cần rất ít kiến thức đại số. Xin để bạn đọc tự làm. Đáp số là 7 quả.

Cũng như các nhà văn, nhà thơ khác (Tônxtôi, Giuynlơ Vécnơ, Xuyf...) Kônrít xem toán học là một hoạt động tư duy bổ ích, thú vị, không thể thiếu được trong cuộc sống hàng ngày.

Kônrít cũng có nhiều bài báo bàn về việc dạy số học cho các em lớp Một

Các bài toán của Kônrít không có gì mới lạ, nhưng chứng tỏ nhà thơ khi "mơ theo trăng và vơ vẩn cùng mây" vẫn dành cho toán những tình cảm tốt đẹp.

3 ĐỒNG ĐÃ BIẾN ĐI ĐÂU ?

Trong cuốn "Không sợ toán học" của nhà toán học Tiệp Khắc Xecđlavoxếch (Sedlavcek) có bài toán vui sau đây, thường được dẫn chứng để minh họa cho "cái bẫy toán học":

Trong một quán ăn, hai bạn thanh niên ăn xong, được chủ quán tính tiền ăn là 50 đồng. Sau khi họ rời khỏi quán, chủ quán tính lại, thấy rằng tiền ăn chỉ có 45 đồng. Vốn là một người thật thà, chủ quán cho con chạy theo, tìm hai thanh niên trả lại 5 đồng. Cả hai rất cảm động về đạo đức của chủ quán, và công sức của đứa bé, đồng lòng cho nó 1 đồng, còn 4 đồng chia nhau, mỗi người 2 đồng. Như vậy trước sau mỗi người đã trả 25 đồng − 2 đồng = 23 đồng. Hai người do đó đã trả 46 đồng, cộng với 1 đồng cho em bé là 47 đồng. Vậy còn 3 đồng nữa chạy đi đâu ? Thật là kì cục !

Bài toán đố vui này làm khá nhiều người lúng túng.



Ở đây không giải bài này, để các bạn suy nghĩ một chút cho vui, xem 3 đồng đã biến đi đâu ?

MỖI NỮ THẦN NHẬN BAO NHIÊU TÁO VÀ HOA ?

Một câu chuyện thần thoại Hi Lạp nói về các nữ thần Sắc đẹp và Thi ca chia nhau những quả táo và những bông hoa bằng vàng, được truyền từ thế kỉ này sang thế kỉ khác. Và ai là tác giả của câu chuyện thì hiện nay cũng chưa xác định được, mỗi thời nói một khác.

Nhưng rõ ràng nội dung câu chuyện có mang một chút màu sắc toán học. Do đó người ta nghi rằng chính Oclit hay Acsimet đã sáng tác ra câu chuyện để lồng nội dung toán học vào, mặc dù trước đó nhiều thế kỉ Hôme đã nói đến các cô con gái của thần Dớt cùng với hoa và táo của họ.

Vậy tốt nhất ta đọc bản phỏng dịch bài thơ sau đây từ tiếng Hi Lạp :

"Trong vườn Olympia, ba nữ thần Sắc đẹp vừa dạo chơi
Vừa hái những bông hoa xanh, đỏ, trắng, hồng.
Bỗng có chín nữ thần Thi ca xuất hiện trên đường,
Tay ôm những quả táo vàng rực rỡ
Của những cây táo mọc đầy trong vườn cây diệu kì Ghexpirit
Mỗi thần Thi ca tặng các thần Sắc đẹp vài quả ngon lành,
Và nhận lại nhiều bông hoa đẹp xinh.
Bạn hãy nói đi, mỗi thần nhận bao nhiêu táo,
Bao nhiêu hoa và loại hoa nào vậy,
Nếu như (theo tục truyền) vào cuối buổi dạo chơi.
Các thần mang về một số quà bằng nhau."

Ta chuyển nội dung bài thơ ra thành bài toán cho đỡ "rắc rối" :

3 thần Sắc đẹp ôm những bó hoa gồm đủ 4 màu. Số hoa mỗi thần mang đều bằng nhau, số hoa của mỗi màu cũng bằng nhau.



9 Thần Thi ca mang táo. Số táo mỗi thần mang đều bằng nhau.

Sau khi gặp nhau, họ trao quà. Kết quả là mỗi vị Thần đều có số quà (hoa và táo) bằng nhau. Hỏi lúc đầu mỗi Thần Sắc đẹp mang ít nhất mấy bông hoa, mỗi thần Thi ca mang ít nhất mấy quả táo, biết rằng sau khi trao quà mỗi thần có số táo bằng số hoa.

Gọi số hoa lúc đầu mỗi thần Sắc đẹp mang là x, số táo lúc đầu mỗi Thần Thi ca mang là y. Ta có $3x = 9y \Leftrightarrow x = 3y$. Số hoa phải là bội của 48, vì 12 vị thần đều có đủ 4 màu hoa.

Vậy $x = 48n$.

Số hoa bằng số táo, vậy $48n = 3.y \Rightarrow y = 16n$; n nhỏ nhất là 1. Vậy $y = 16$ và $x = 48$.

Kết quả : Số hoa mỗi thần Sắc đẹp mang là 48 (mỗi màu 12 hoa). Số táo mỗi thần Thi ca mang là 16. Sau khi trao quà, mỗi thần có 12 hoa (mỗi màu 3 hoa) và 12 táo.

ĐỘI QUÂN CỦA HARÔN CÓ BAO NHIÊU NGƯỜI

Harôn (Harold) II, vua nước Anh, người Xắcxông, cầm quyền từ năm 1053, chết trong trận Haxtinh (Hastings) năm 1066 khi đánh nhau với người Noócmăng.

Trận Haxtinh xảy ra ngày 14 tháng 10 năm 1066.

Đội hình của quân Harôn là 13 khối vuông, có số người như nhau, 13 khối vuông đó di chuyển đẹp mắt, không bị biến dạng. Vừa tiến vừa hô vang khẩu lệnh chiến đấu, rất hùng dũng.

Cái giỏi của Harôn là biến được 13 khối vuông đó thành một khối vuông lớn, nếu kể cả Harôn. Vậy lúc đầu, đội quân gồm bao nhiêu người ?

Để giải bài này ta phải giải phương trình vô định

$$13x^2 + 1 = X^2$$

(x là *số người trên cạnh hình* vuông nhỏ ; X là số người trên cạnh hình vuông lớn)

Giải ra tìm được $x = 180$ và $X = 649$.

Số người lúc đầu là 421.200 ($= 13.180^2$) và số người lúc sau là 421.201 ($= 649^2$)

GIẢI THƯỞNG PHINXƠ VỀ TOÁN

Chúng ta đã biết nhiều về "Giải thưởng Nôben" dành cho những người có công trình khoa học xuất sắc phục vụ nhân loại.

Nôben là nhà khoa học Thụy Điển (1833 - 1896) người đầu tiên tìm ra thuốc nổ đynamít, được sử dụng rất nhiều trong quân sự. Ân hận vì phát minh của mình làm cho nhân loại đau khổ thêm, khi chết, ông để lại một gia tài khổng lồ đặt vào một trương mục ngân hàng, với lời di chúc dành tiền lãi làm giải thưởng cho các "công trình khoa học xuất sắc vì hạnh phúc con người".

Không hiểu vì sao khái niệm "công trình khoa học" ở đây

không kể đến toán học. Chẳng lẽ toán học không có vai trò gì trong việc phát triển khoa học ?

Để "sửa chữa" hiện tượng bất thường vô lí đó, có một người tên là Bônzanô (không phải nhà toán học Bônzanô trong toán giải tích), đặt ra một giải thưởng khoa học, trong đó có toán học. Nhưng có lẽ thấy toán học còn bị lép vế, chưa được coi trọng đúng mức, một người Canađa tên là Phinxơ đã đề nghị tặng cho các nhà toán học trẻ (dưới 40 tuổi) xuất sắc hai giải thưởng, mỗi giải giá trị 1500 đôla Canađa. Ngoài ra còn tặng huy chương vàng, khắc tên người được giải.

Sau này còn có người khác (đề nghị giấu tên) tặng thêm hai giải thưởng nữa.

Như vậy, cứ sau 4 năm, sẽ có 4 giải thưởng trao cho các nhà toán học trẻ.

Năm 1966 có 4 nhà toán học trẻ được giải thưởng là Xmayin và Côen (Mỹ), Átchia (người Anh gốc Arập) và Grôtenđích (Pháp gốc Do Thái).

Chú ý là Xmayin và Grôtenđích là những chiến sĩ hòa bình, ủng hộ nhiệt tình cuộc kháng chiến chống Mỹ cứu nước của nhân dân ta.

Grôtenđích đã qua Việt Nam để giảng bài trong thời gian đế quốc Mỹ dội bom ác liệt vào Hà Nội. Ông cũng đội mũ rơm, cùng sinh viên Việt Nam xuống hầm trú ẩn, đi thăm các lớp học nơi sơ tán...

BÀI TOÁN CỔ "CON THUYỀN CHỞ LÍNH QUA SÔNG".

Có nhiều bài toán cổ lấy "mô típ" quen thuộc "Con thuyền qua sông chỉ chở được một (hoặc hai v.v...) người... " ; " Con thuyền qua sông chỉ chở hai người cùng phái (nam hay nữ)" ; " Con thuyền chở con dê và bắp cải..." v.v....

Nội dung của bài toán là làm sao thực hiện được việc chuyên chở qua sông thỏa một số điều kiện.

Thông thường việc giải các bài toán này không đòi hỏi kiến thức số học, đại số, hình học nào, mà gần như chỉ cần có sáng kiến đời thường, cộng thêm sự kiên trì mày mò...

Sau đây là một bài toán cổ Nga với chủ đề "Chở lính qua sông" :

Có một toán lính muốn qua sông nhưng không có thuyền.



Họ thấy hai em bé đang chèo một chiếc thuyền giữa dòng, họ vẫy gọi các em vào bờ để mượn thuyền.

Các em vui vẻ nhận lời, nhưng chiếc thuyền bé quá ! Nó chỉ có thể chở hai em bé, hoặc một người lính mà thôi, không thể chở hơn được. Làm sao chở được cả toán lính và hai em bé qua bên kia sông được đầy đủ, không bỏ lại một ai ?

Xin để các bạn suy nghĩ, với một gợi ý nhỏ :

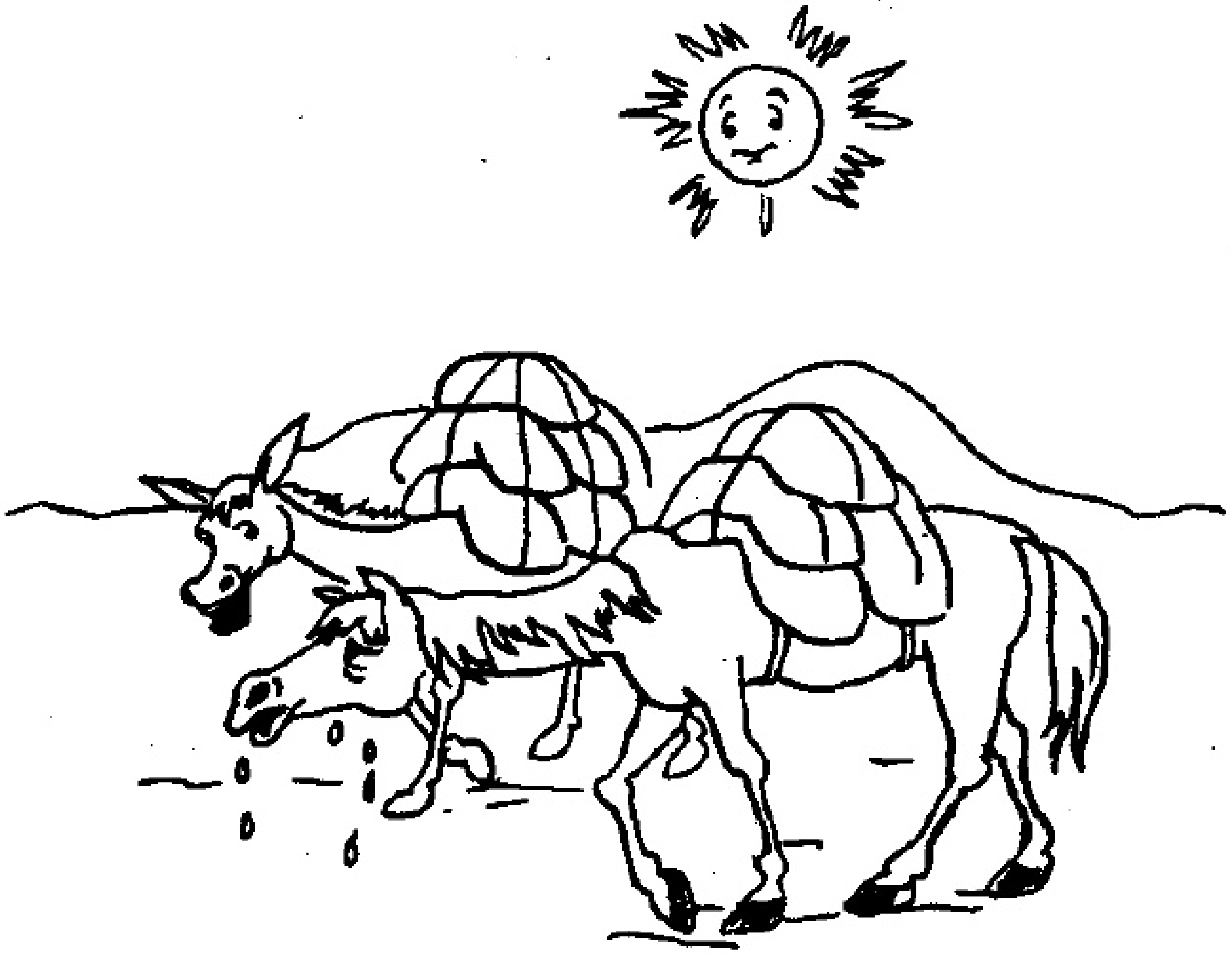
Trước hết hai em bé qua sông. Đến bờ bên kia, một em lên bờ chờ đó, một em chèo trở lại...

Nếu có 12 người lính thì thuyền cần qua lại mấy lần mới chở hết ?

NGỰA VÀ LA

Sau đây là một bài toán cổ đơn giản, có tính chất dân gian. Cách giải cũng đơn giản.

"Ngựa và la đi cạnh nhau cùng chở vật nặng trên lưng. Ngựa than thở về hành lí quá nặng của mình. La đáp : "Cậu than thở nỗi gì ? Nếu tôi lấy của cậu một bao thì hành lí của tôi nặng gấp đôi của cậu. Còn nếu cậu lấy ở trên lưng tôi một bao thì hành lí của cậu mới bằng của tôi".



Hãy tính xem, hỡi các nhà toán học thông thái, ngựa mang mấy bao và la mang mấy bao ?"

Nếu gọi x là số bao của ngựa và y là số bao của la thì ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} y + 1 = 2(x + 1) \\ x - y = 3 \end{cases}$$

Giải hệ này có $x = 5$; $y = 7$.

BÀI TOÁN "BA CHỊ EM RA CHỢ BÁN GÀ..."

Đây là một bài toán cổ dân gian của Nga :

Ba chị em mang gà con ra chợ bán. Người thứ nhất mang 10 con, người thứ hai 16 con, người thứ ba 26 con. Đến trưa họ đã bán một phần gà của mình với cùng một giá. Đến chiều, sợ rằng không bán hết gà, họ hạ giá và đã bán số gà còn lại với cùng một giá. Cả ba về nhà với số tiền bán được như nhau : mỗi người được 35 rúp.

Họ đã bán gà với giá bao nhiêu vào buổi sáng và buổi chiều ?

Nếu gọi số gà con mỗi chị em bán được đến trưa là x, y, z, m là giá mỗi con buổi sáng, n là giá mỗi con buổi chiều thì ta có hệ phương trình :

$$mx + n(10 - x) = my + n(16 - y) = mz + n(26 - z) = 35$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (m - n)x + 10n = 35 \\ (m - n)y + 16n = 35 \\ (m - n)z + 26n = 35 \end{cases}$$

x, y, z ở đây phải nguyên dương và $x < 10, y < 16, z < 26$. Các bạn giải hệ này, sẽ đi đến :

$$\begin{cases} x = z + 8t \\ y = z + 5t \text{ (t nguyên)} \end{cases}$$

Các bạn sẽ có đáp số $m = 3\frac{3}{4}$ rúp và $n = 1\frac{1}{4}$ rúp.

Bài toán dân gian này gợi ta nhớ đến bài toán "Trăm trâu

trăm cỏ..." của Việt Nam, mà nội dung toán học là "Tìm nghiệm nguyên của phương trình vô định bậc nhất".

Phải chăng toán học dân gian là sợi chỉ đỏ nối liền các nền văn minh của nhân loại ?

ANBE ANHXTANH GIẢI TOÁN ĐỂ DƯỠNG BỆNH

Chúng ta ai cũng biết A.Anhxtanh (Einstein) nhà vật lí vĩ đại nhất thế kỉ, cha đẻ của "thuyết tương đối", cơ sở của cuộc cách mạng trong vật lí hiện đại.

Tên tuổi của Anhxtanh lẫy lừng cho đến mức có người nói : Người trên hành tinh khác (nếu có) muốn viết thư cho Anhxtanh chỉ cần đề địa chỉ :

A. ANHXTANH

Quả Đất

là thư sẽ đến tay Anhxtanh, vì Quả Đất này có một và chỉ một Anhxtanh.

Như bao nhiêu nhà bác học khác, Anhxtanh rất thích các bài toán đố vui, xem việc giải chúng là trò giải trí, như chơi quần vợt, đánh đàn.

A.Môskôpki, bạn của Anhxtanh, có lần đã nêu cho Anhxtanh một bài toán, khi Anhxtanh đang dưỡng bệnh, để ông giải trí cho vui.

Bài toán như sau :

"Chúng ta lấy vị trí của kim đồng hồ lúc 12 giờ. Nếu ở vị trí này kim lớn và kim nhỏ đổi chỗ cho nhau thì chúng vẫn chỉ dẫn điều y hệt như vậy. Nhưng ở các thời điểm khác, ở 6 giờ chẳng hạn, thì sự thay đổi kim sẽ dẫn đến vô lí, đến một vị trí mà không thể có ở bất kì chiếc đồng hồ đúng nào : kim phút không thể đứng ở số 6 khi kim giờ chỉ 12. Nảy ra câu hỏi : Khi nào và có thường xuyên hay không các vị trí của các kim mà sự hoán vị chúng dẫn đến một vị trí có thể được trên một chiếc đồng hồ đúng ?"

A. Môskôpki kể lại :

"Đúng - Anhxtanh đáp - đó là một bài toán hoàn toàn thích hợp với người phải nằm trên giường bệnh, khá lí thú và không quá dễ. Tôi chỉ sợ là cuộc tiêu khiển không kéo được dài, tôi đã bắt đầu giải rồi đây.

Và hơi nhổm lên giường, bằng một vài nét vạch ông vẽ trên giấy một sơ đồ biểu thị dữ kiện của bài toán. Để giải bài toán, ông không cần nhiều thời gian hơn thời gian phát biểu bài toán..."

Chia mặt đồng hồ thành 60 khoảng bằng nhau.

Giả sử tại một trong các vị trí yêu cầu của kim xảy ra khi kim giờ cách chữ số 12 là x khoảng chia, kim phút cách chữ số 12 là y khoảng chia.

Kim giờ đi 60 khoảng sau 12 giờ, vậy đi x khoảng sau $\frac{x}{5}$ giờ (sau khi kim giờ chỉ số 12).

Kim phút đi y khoảng chia sau y phút, tức $\frac{y}{60}$ giờ.

Nói cách khác kim phút đã đi qua chữ số 12 trước đó $\frac{y}{60}$ giờ hoặc $\frac{x}{5} - \frac{y}{60}$ giờ sau khi cả hai kim chỉ số 12. Số này phải nguyên (từ 0 đến 11)

Khi các kim đổi chỗ cho nhau ta tìm được bằng cách tương tự, từ 12 giờ đến thời gian chỉ ra bởi các kim đã trôi qua $\frac{y}{5} - \frac{x}{60}$ giờ tròn. Số này cũng phải nguyên (từ 0 đến 11). Ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} \dfrac{x}{5} - \dfrac{y}{60} = m \\[2ex] \dfrac{y}{5} - \dfrac{x}{60} = n \end{cases}$$

trong đó m, n nguyên, từ 0 đến 11.

Suy ra : $$x = \frac{60(12m + n)}{143}$$

$$y = \frac{60(12n + m)}{143}$$

Cho m, n chạy một cách độc lập từ 0 đến 11 ta có 12.12 = 144 trường hợp. Nhưng khi m = 0, n = 0 và m = 11, n = 11 thì vị trí của các kim như nhau thực tế chỉ có 143 trường hợp.

Ví dụ 1: m = 1, n = 1 thì $x = 5\frac{5}{11}$; $y = 5\frac{5}{11}$.

Ví dụ 2: m = 8, n = 5 thì x ≈ 42,38 ; y ≈ 28,53.

Các thời điểm tương ứng : 8 giờ 28,53 phút và 5 giờ 42,38 phút.

Có 143 lời giải, nên tốt nhất là chia mặt đồng hồ ra 143 phần bằng nhau. Có 143 điểm phải tìm.

Dưỡng bệnh theo kiểu Anhxtanh như thế này thì trong các sách giáo khoa về y chưa thấy nói đến.

XTENĐAN VÀ BÀI TOÁN CỦA ƠLE

Xtenđan (Stendhal) tác giả của cuốn tiểu thuyết nổi tiếng "Đỏ và đen", có viết trong cuốn "Tự truyện" kể về những năm học tập của mình :



"Ở Ông (thầy giáo - TG) tôi đã tìm thấy Ơle và bài toán của Ơle về số trứng mà bà nông dân mang ra chợ... Đó là một phát kiến đối với tôi. Tôi đã hiểu thế nào là sử dụng công cụ gọi là đại số. Nhưng quỷ thật, không ai nói với tôi điều đó..."

Đây là bài toán trong "*Nhập môn đại số*" của Ơle, đã gây cho chàng Xtenđan trẻ tuổi một ấn tượng mạnh :

"Hai bà nông dân mang ra chợ tất cả 100 quả trứng, một bà có số trứng nhiều hơn bà kia, hai người thu được số tiền như nhau. Bà thứ nhất nói với bà thứ hai : "Nếu tôi có số trứng của bà, tôi sẽ thu được 15 crâyxe". Bà thứ hai trả lời : "Nếu tôi có số trứng của bà, tôi sẽ bán được $6\frac{2}{3}$ crâyxe". Vậy mỗi bà có bao nhiêu quả trứng ?"

Có thể giải bài toán này bằng cách đặt phương trình. Nếu đặt x là số trứng của bà thứ nhất thì bạn đọc sẽ có phương trình phải giải là $\frac{15x}{100-x} = \frac{20(100-x)}{3x}$.

Giải ra, ta có $x_1 = 40$; $x_2 = -200$ (loại)

Vậy bà thứ nhất mang 40 quả, bà thứ hai mang 60 quả.

Có thể lí luận như sau để giải :

Giả sử bà thứ hai có số trứng gấp k lần số trứng bà thứ nhất. Vì họ bán được số tiền như nhau nên bà thứ nhất đã bán đắt hơn ba thứ hai k lần. Nếu trước khi bán họ đổi trứng cho nhau thì bà thứ nhất sẽ có số trứng gấp k lần bà thứ hai, và giả sử bà thứ nhất vẫn bán đắt hơn k lần. Như thế nghĩa là bà này sẽ bán được số tiền nhiều gấp k^2 lần số tiền bà thứ hai. Do đó ta có :

$$k^2 = 15 : 6\frac{2}{3} = \frac{45}{20} = \frac{9}{4}.\ \text{Suy ra } k = \frac{3}{2}$$

Dễ thấy bà thứ nhất có 40 quả và bà thứ hai có 60 quả và rõ ràng $\frac{60}{40} = \frac{3}{2}$.

GAUXƠ
(1777 - 1855)
(HÌNH ĐA GIÁC ĐỀU TRÊN TẤM BIA MỘ)

Gauxơ (Gauss) là nhà toán học lỗi lạc của Đức, sinh ngày 30 tháng 4 năm 1777 tại Brausơvây.

Từ 7 tuổi Gauxơ đã làm thầy giáo ngạc nhiên về trí thông minh khi giải trong một phút bài toán tính tổng 1 + 2 + 3 ... + 100.

19 tuổi đã có công trình toán học về vấn đề giải phương trình $x^{17} - 1 = 0$, và từ đó suy ra cách dựng đa giác đều 17 cạnh bằng thước và compa. (Theo ý nguyện của ông, trên tấm bia kỉ niệm ở ngôi mộ của ông có khắc một đa giác đều 17 cạnh).

Gauxơ còn là một nhà thiên văn lỗi lạc, người đầu tiên dùng "phương pháp quan sát ba lần" để xác định quỹ đạo của các ngôi sao.

Từ hồi còn sống, Gauxơ đã được người đương thời gọi là "vua toán học" vì những công trình đa dạng sâu sắc về nhiều lĩnh vực của toán học, thiên văn, trắc địa...

Ông mất ngày 23 tháng 2 năm 1855.

CHIA GIA TÀI : $\dfrac{\text{17 con ngựa}}{3} = ?$

Sau đây là một câu chuyện cổ Arập về chia gia tài đến nay còn lưu truyền như một bài toán dân gian độc đáo.

Một người cha trước khi qua đời dặn ba người con, như một lời di chúc thiêng liêng : "Cha có 17 con ngựa quý. Đứa con đầu được cha chia một nửa số ngựa. Đứa thứ hai được một phần ba số ngựa. Đứa thứ ba được một phần chín số ngựa.

Sau khi cha mất, các con cứ thế mà thực hiện, trong sự hòa thuận và tình thương yêu nhau..."

Sau khi người cha qua đời, ba anh em họp lại để chia gia

tài. Nhưng họ không biết chia làm sao, vì $\frac{17}{2}$ con ngựa là mấy con ? $\frac{17}{3}$ con ngựa là ? $\frac{17}{9}$ con ngựa là ?



Họ phải mời cụ già tiên chỉ trong làng đến giải quyết giúp. Cụ già đi ngựa đến và cho con ngựa của mình nhập với 17 con của ba anh em thành 18 con.

Cụ chia gia tài như sau :

Người con đầu : $\frac{1}{2}$ của 18 con ngựa là 9 con

Người con thứ hai : $\frac{1}{3}$ của 18 ngựa là 6 con

Người con thứ ba : $\frac{1}{9}$ của 18 ngựa là 2 con

Vậy tổng cộng là 9 + 6 + 2 = 17 (con ngựa)

Cụ chia xong lấy lại ngựa của mình ra về trong niềm vui và sự sửng sốt của các người con.

Người cha không biết làm phép chia hay quá thâm thúy về toán ?

ĐÊCAC

(René Descartes 1596- 1650)

(TÔI TƯ DUY - VẬY THÌ TÔI TỒN TẠI)

Đêcac là nhà toán học Pháp, sinh ngày 31 tháng 3 năm 1596 tại La Hay, người khai sinh ra những tư tưởng và phương pháp của môn Hình học giải tích.

Ngày khai sinh môn học này là ngày 10 tháng 11 năm 1619. Tầm quan trọng về vai trò của môn hình học giải tích được thâu tóm trong câu sau đây của các nhà bác học "Nhờ có Đêcac mà chúng ta đã sử dụng đại số và giải tích làm hoa tiêu trên biển cả không bản đồ của không gian hình học".

Câu nói nổi tiếng của Đêcac "Tôi tư duy, vậy thì tôi tồn tại" (Je pense, donc je suis), ngày nay vẫn còn vang lên trong ngôn ngữ của mọi dân tộc.

Đêcac mất ngày 11 tháng 2 năm 1650 tại Stôcckhôm và 17 năm sau thi hài của ông mới được đưa về đặt tại điện Păngtêông (Pari). Chính quyền nhà vua lúc đó không cho tổ chức công khai lễ rước thi hài ông về Pháp vì sợ những tư tưởng tiến bộ của ông có thể "làm lung lay chế độ".

BÀI TOÁN 36 SĨ QUAN CỦA ƠLE

Vào thời của Ơle người ta thích nghiên cứu các ma phương tức là các bảng vuông chứa những ô vuông, trên đó có gắn các con số, thỏa tính chất nào đó.

Ví dụ bảng A thỏa tính chất "tổng các số thuộc hàng ngang, hàng dọc, đường chéo đều bằng 34" (Bảng này có mặt trong bức tranh nổi tiếng của họa sĩ Đức Anbe-Đuarê (Albert Durer 1471-1528).

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Chú ý là hai ô giữa ở hàng cuối có số 1514, là năm vẽ bức tranh này.

Không có ma phương kích thước 2 × 2. Chỉ có một ma phương kích thước 3 × 3 mà các hàng ngang là (2, 9, 4) ; (7, 5, 3), (6, 1, 8) (các ma phương 3 × 3 khác là do ma phương này quay xung quanh tâm, hoặc đổi vị trí các số theo phép đối xứng).

Có tất cả 800 ma phương kích thước 4 × 4

Có tất cả 200.000 ma phương kích thước 5 × 5

L. Ơle có nghiên cứu về ma phương và đặt ra bài toán sau đây :

"Có 36 sĩ quan, chia làm 6 loại bằng nhau : pháo binh, bộ binh, kị binh, đánh trống, tác chiến, tham mưu. Liệu có thể xếp họ thành một khối hình vuông kích thước 6 × 6, sao cho mỗi hàng ngang, dọc đều đủ 6 loại sĩ quan hay không ?"

Thời Ơle, ông chỉ làm được bài toán cho 25 sĩ quan (5 loại) với ma phương kích thước 5 × 5. Bài toán 36 sĩ quan ông đề ra, mà ông vẫn chưa giải được.

Năm 1901, các nhà toán học mới chứng minh được rằng "Bài toán 36 sĩ quan" của Ơle không có lời giải.

ĐIÔPHĂNG
(LÍ LỊCH TRÊN TẤM BIA)

Điôphăng (Diophante) là nhà toán học cổ Hi Lạp, sinh vào khoảng năm 250. Tên tuổi của ông gắn liền với "Phương trình Điôphăng", là phương trình vô định với nghiệm số nguyên.

Lịch sử đời ông được tóm tắt trên bia mộ bằng đá : "Hỡi những người đi đường ! Nơi đây yên nghỉ nhà toán học Điôphăng. Những dòng ghi dưới đây sẽ nói cho bạn biết ông ta thọ bao nhiêu tuổi :

"$\frac{1}{6}$ cuộc đời ông là ở *tuổi thiếu niên đầy hạnh phúc*. Sống thêm $\frac{1}{12}$ *tuổi đời thì* râu *lưa thưa* bắt đầu mọc trên mép. Điôphăng *lấy vợ nhưng sống* thêm $\frac{1}{7}$ tuổi đời mà vẫn chưa có con. 5 năm sau đứa con đầu lòng của ông chào đời, thật là cả một niềm sung sướng đối với ông.

Song số phận cho phép cậu ta chỉ *thọ được* bằng $\frac{1}{2}$ tuổi đời của bố.

Đứa con chết đi, cuộc đời trầm lặng đau thương đã giày vò ông suốt 4 năm trường rồi ông nhắm mắt lìa đời".

Nếu gọi x là tuổi thọ của Điôphăng thì ta có phương trình :

$$x = \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 .$$

Giải ra có x = 84. Từ đó suy ra ông lấy vợ lúc 21 tuổi, có con trai đầu lòng năm 38 tuổi, con ông chết lúc ông 80 tuổi, và ông mất năm 84 tuổi.

BAO NHIÊU ONG ?

Ấn Độ là nước có một kho tàng văn hóa cổ truyền phong phú, trong đó các bài toán cổ là một nét độc đáo, vì nó gắn liền với thiên nhiên và cuộc sống của đất nước tươi đẹp này.

Sau đây là một bài toán nhỏ lấy ong làm đề tài để dẫn đến nội dung :

"$\frac{1}{5}$ đàn ong bay đi tìm hoa ladămba, $\frac{1}{3}$ đi tìm hoa Xlenhara, ba lần hiệu các số trên bay lên cây, chỉ còn một con ong tiếp tục bay giữa những bông hoa lèkati và malachi thơm ngát. Vậy có bao nhiêu ong tất cả ?"

Lời giải bài này khá đơn giản.

Các bạn sẽ tính được đáp số là 15 con ong.

Vấn đề ta nói ở đây là màu sắc "dân gian" của bài toán với tên các loài hoa...

ACSIMET
(XIN ĐỪNG XÓA CÁC HÌNH VẼ CỦA TÔI)

Acsimet là nhà khoa học vĩ đại, sinh vào thế kỉ thứ ba trước Công nguyên, sống ở đảo Xixin (nay thuộc Italia) tại thành phố Xiracudơ.

Câu nói nổi tiếng của ông nay đã trở thành ngôn ngữ quốc tế rất thông dụng là "Ơrêka", có nghĩa là "tìm được rồi". Tục truyền rằng ông đang tắm ở sông, bỗng tìm được quy luật về sức đẩy của vật chìm trong nước, ông vội chạy lên bờ kêu to lên "Ơrêka".

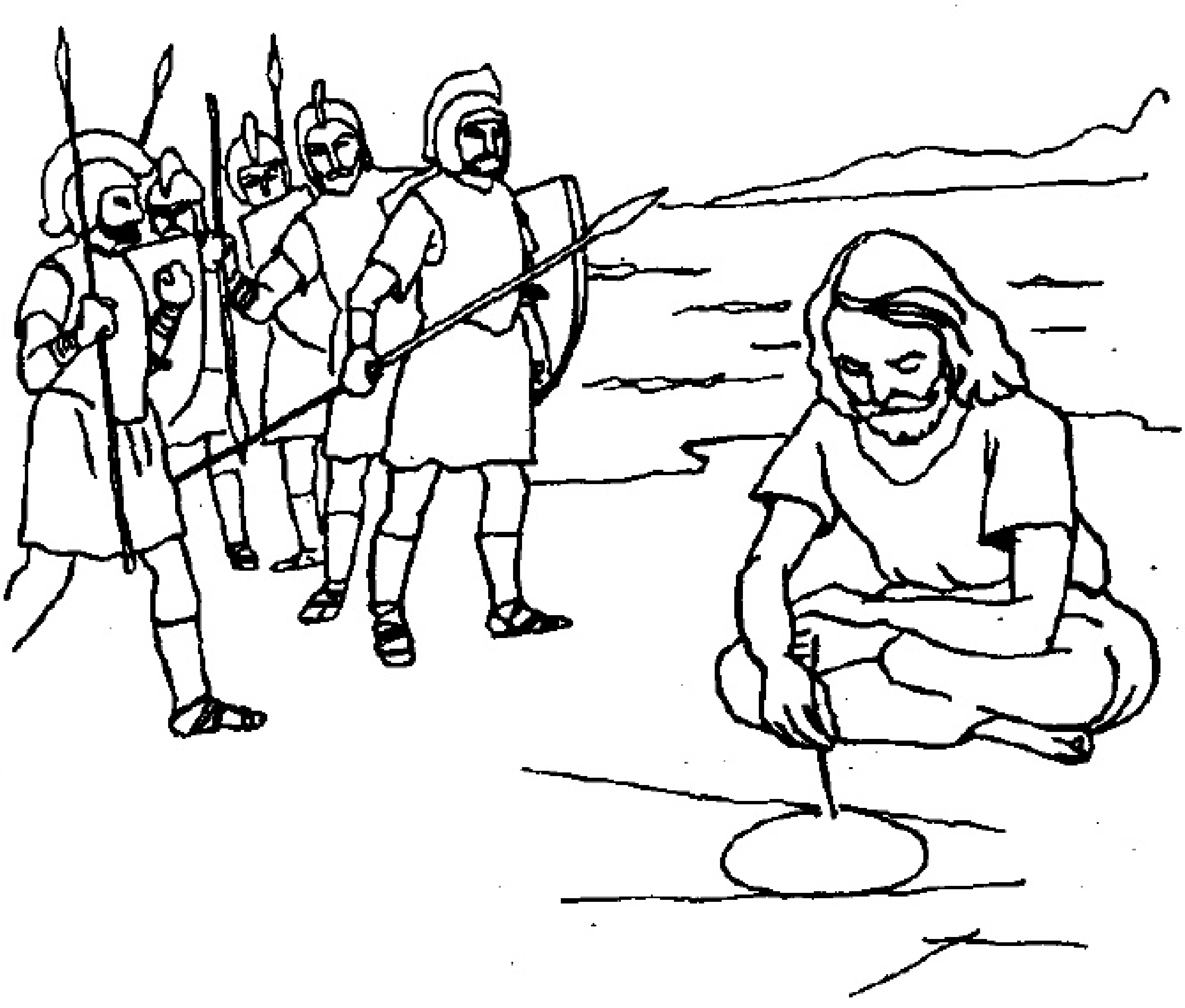
Một câu nói nổi tiếng khác của ông có liên quan đến tác dụng của đòn bẩy trong cơ học là "Cho tôi một điểm tựa, tôi sẽ nâng Quả Đất lên".

Acsimet là một nhà yêu nước thiết tha. Ông trực tiếp tham gia chống quân xâm lược La Mã.

Nhà văn cổ Hi Lạp Plutarơ đã viết về trận đánh ở Xiracudơ, chống quân La Mã như sau :

"... Khi quân La Mã bắt đầu tiến công từ trên đất liền cũng như trên biển, nhiều người dân Xiracudơ cho rằng khó có thể chống lại một đội quân hùng mạnh như vậy. Acsimet bèn cho mở các máy móc và vũ khí đủ các loại do ông sáng tạo ra. Thế là những tảng đá bay đi với vận tốc phi thường, phát ra những tiếng động khủng khiếp, giáng xuống đầu các đội quân đi bằng đường bộ. Cùng lúc đó có những thanh xà nặng uốn cong giống hình chiếc sừng được phóng từ pháo đài, liên tiếp rơi xuống tàu địch.

Tướng La Mã phải ra lệnh rút lui. Nhưng bọn xâm lược cũng không thoát khỏi tai họa. Khi các đoàn tàu địch chạy gần đến khoảng cách một mũi tên bay thì Acsimet ra lệnh mang đến một tấm gương sáu mặt. Cách tấm gương này một khoảng ông đặt các tấm gương khác nhỏ hơn, quay trên các bản lề. Ông đặt tấm gương giữa các tia sáng của Mặt trời mùa hè. Các tia sáng từ gương chiếu ra đã gây nên một đám cháy khủng khiếp trên các con tàu. Đoàn tàu biến thành đám tro...".



Câu chuyện này tưởng là hoang đường, nhưng nhà toán học nổi tiếng Bu-phông năm 1777 đã chứng tỏ rằng điều đó có thể xảy ra : bằng 168 chiếc gương trong một ngày hè tháng tư rực nắng, ông đã đốt cháy một cây to và làm nóng chảy chì ở cách xa 45 mét.

Mùa thu năm 212 trước Công nguyên, thành Xiracudơ bị thất thủ sau hai năm bị vây hãm nặng nề. Quân xâm lược La Mã xông vào tàn sát dân lành. Một tên lính La Mã xông tới khi ông đang mải mê vẽ trên cát những hình hình học. Ông kêu lên : "Khoan đã ! Đừng xóa những hình của tôi...". Tên lính đâm ông chết. Máu thấm trên những hình vẽ ngoằn ngoèo trên cát...

Hơn một thế kỉ sau khi ông mất, nhà hùng biện La Mã là Xixêrông (Cicéron) đã tìm ra ngôi mộ của ông, và thể theo nguyện vọng của ông lúc còn sống. Xixêrông cho đắp trên mộ một hình cầu nội tiếp trong một hình trụ, là một hình ông rất thích...

BÀI TOÁN BÁN BÒ THIẾN MUA CỪU

Trong dân gian Nga lưu truyền một bài toán cổ như sau :

Hai người lái buôn súc vật bán đi một đàn bò thiến của họ, mỗi con bò được một số rúp bằng số bò trong đàn. Với số tiền thu được họ mua một đàn cừu giá 10 rúp một con và một con cừu non. Khi chia đôi thì một người được hơn một con cừu, người kia lấy con cừu non và nhận được của bạn mình một món tiền trả thêm tương ứng. Món tiền trả thêm đó là bao nhiêu ? (giả thiết rằng tiền trả thêm là một số nguyên rúp).

Bài toán này nếu xếp vào loại "dân gian" thì dân cũng khó mà giải bằng những mẹo luật truyền khẩu, có tính chất câu đố vui, vừa trình độ với người lao động phổ thông, trong giờ giải lao.

Bài toán này không phiên dịch được ra "ngôn ngữ đại số", mà phải dùng lí luận số học "ngoằn ngoèo" một chút.

Giá đàn bò tính bằng rúp là một số chính phương vì mỗi con bò giá n rúp, mà có n con bò.

Một trong hai người được hơn một con cừu, do đó số cừu là

lẻ, và số hàng chục trong n^2 cũng là số lẻ. Vậy chữ số đơn vị là bao nhiêu ?

Có thể chứng minh rằng nếu trong một số chính phương mà số hàng chục lẻ thì chữ số đơn vị chỉ có thể là 6.

Thực vậy, bình phương một số bất kì gồm a chục b đơn vị bằng :

$$(10a + b)^2 = 100a^2 + 20ab + b^2 = (10a^2 + 2ab)10 + b^2$$

Số chục trong số này là $10a^2 + 2ab$ cộng thêm số chục trong b^2. Nhưng $10a^2 + 2ab$ là số chẵn, nên số chục trong $(10a + b)^2$ sẽ lẻ nếu số b^2 có số lẻ chục. b^2 chỉ có thể bằng 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81.

Trong các số này chỉ có 16 và 36 là có số chục lẻ, cả hai đều tận cùng bằng 6, nghĩa là số chính phương $100a^2 + 20ab + b^2$ chỉ có thể có số chục lẻ khi nó tận cùng bằng 6.

Vậy con cừu non giá 6 rúp. Người lái buôn nhận cừu non có ít hơn người kia 4 rúp. Muốn cho hai phần bằng nhau, người có cừu non được nhận thêm của bạn mình 2 rúp.

Tiền trả thêm là 2 rúp.

Qua cách giải ta thấy bài toán tuy không quá khó, nhưng cũng khó mà gọi là "dân gian" !

BỘ SÁCH SỬ CỦA HIUMƠ (HUME)

Dân Anh Cát Lợi vốn có tính hóm hỉnh sâu sắc, rất "trí tuệ". Họ hay sống khác đời, không giống ai. Thành ngữ "phớt Ănglê" cũng nói lên một phần điều đó. Vài ví dụ : cả thế giới đi đường phía tay phải, bên Ănglê luật pháp bắt đi đường phía tray trái ; Con tem không để quốc hiệu (không có tên nước) là con tem của nước Anh.

Một sự kiện đáng nói để minh họa cho tính hóm hỉnh Ănglê là chuyện về bộ sách sử của Hiumơ. Đó là một bộ sách gồm 9 cuốn, ở gáy chỉ đánh số từ 1 đến 9, ngoài ra không có chữ nào khác.

Bộ sách sử này rất nổi tiếng, được in đi in lại hàng mấy chục lần, nhà nào cũng có, trưng bày trang trọng trong tủ

kính, xếp thành hai chồng sách đè lên nhau, trên 5 cuốn dưới 4 cuốn.

Nhìn vào hai chồng sách, từ gáy ta thấy một phân số,

ví dụ $\frac{12345}{6789}$

Không phải cách xếp sách như thế là ngẫu nhiêu đâu ! Cách xếp như trên chứng tỏ chủ nhân mới đọc có cuốn 1. Đó là trường hợp đặc biệt. Ngoài trường hợp đặc biệt đó, hình như là một quy ước, cứ lấy số trên chia cho số dưới, phép chia phải chẵn, là có số của cuốn sách chủ nhân đang đọc.

Ví dụ : $\frac{13458}{6729} = 2$ (chủ nhân đang đọc cuốn 2, xin miễn mượn cuốn 2 !)

Tương tự như vậy có : $\frac{17496}{5832} = 3$; $\frac{17568}{4392} = 4$

$\frac{13845}{2769} = 5$; $\frac{17658}{2943} = 6$; $\frac{16758}{2394} = 7$

$\frac{25496}{3187} = 8$; $\frac{57429}{6381} = 9$.

Thực chất của cách xếp sách trên là nội dung của bài toán : "Với chín chữ số từ 1 đến 9, viết thành phân số mà nghịch đảo là 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9".

Bài toán cũng không quá dễ !

QUY TẮC LIUVILƠ

Nhà toán học Pháp Liuvilơ (Liouville) đã giải quyết một bài toán số học vui vui sau đây :

Tìm các số tự nhiên a, b, c.... sao cho $a^3 + b^3 + c^3 + ... = (a + b + c...)^2$

Kết quả thật đơn giản, ngoài sự suy nghĩ của mọi người.

Hai ví dụ sau đây thể hiện phương pháp của Liuvilơ

Ví dụ 1 : Lấy số 6. 6 chia hết cho 1, 2, 3, 6.

1 có : $\boxed{1}$: ước số là 1, 2 có : $\boxed{2}$: ước số là 1, 2, 3 có : $\boxed{2}$:

ước số là 1, 3, 6 có [4]: ước số là 1, 2, 3, 6. Chú ý đến 1, 2, 2, 4. Ta có

$$1^3 + 2^3 + 2^3 + 4^3 = (1 + 2 + 2 + 4)^2$$

Ví dụ 2 : Lấy số 30. 30 chia hết cho 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30. Số các ước số của chúng là 1, 2, 2, 2, 4, 4, 4, 8. Ta có :

$$1^3+2^3+2^3+2^3+4^3+4^3+4^3+8^3 = (1+2+2+2+4+4+4+8)^2$$

Liuvilơ làm cho mọi người ngạc nhiên vì đã đề ra được một thuật toán quá đơn giản cho một bài toán hóc búa, ít nhất là về mặt hình thức.

(Ở đây không đưa ra chứng minh quy tắc của Liuvilơ).

GALOA

(Evarist Galois 1811 - 1832)

(TÀI TÌNH CHI LẮM CHO TRỜI ĐẤT GHEN)

Nói đến Galoa là nói đến bi kịch của một thiên tài nảy nở



rất sớm, nhưng cũng bị xéo nát rất nhanh, lóe lên như một tia chớp rực sáng rồi vụt tắt, làm mọi người bàng hoàng.

Galoa sinh ngày 26 tháng 10 năm 1811 tại Bualaren, một thị trấn nhỏ cách Pari khoảng 10km.

Từ năm thứ hai bậc Trung học, Galoa đã mải mê nghiên cứu những tác phẩm toán học cao cấp dành cho bậc đại học. Nội dung các sách đó đã nhen nhúm trong lòng Galoa nỗi khát khao sáng tạo toán học.

Hai lần thi trượt vào trường Bách khoa, trong khi lại đi dạy tư giảng một số lí thuyết toán học cao cấp do mình sáng tạo. Khốn quẫn, Galoa phải xin vào pháo binh để kiếm sống.

Cần nhắc lại rằng trong kì thi Galoa đã tranh luận sôi nổi với người hỏi vấn đáp mình. Cuối cùng, quá bực mình về "cái dốt và tự ái" của giám khảo Galoa ném cái khăn lau bảng lên bàn thầy, "xin chào thua", sẵn sàng nhận kết quả thảm hại của kì thi còn hơn tranh luận với một người chưa đủ trình độ hiểu điều mình trình bày.

Dù hai lần thi hỏng vào trường Bách khoa, Galoa mới 17 tuổi vẫn được chuyển sang học lớp toán đặc biệt của trường Trung học Lui Đại - đế. Tại lớp, may cho Galoa, ông được học thầy Risa, một nhà giáo có tài, có tâm huyết, khuyến khích giúp đỡ Galoa phát triển tài năng toán học.

Bài báo khoa học đầu tiên của Galoa được in trong số tháng ba năm 1818 của tạp chí "Les annales de mathématiques".

Galoa gửi công trình toán của mình tới Viện Hàn lâm để Côsi xem và cho ý kiến. Côsi đã làm mất bản thảo của Galoa (như đã làm mất bản thảo của Abel).

Tháng 2 năm 1830, 19 tuổi, Galoa được vào Đại học. Năm đó ông gửi một công trình toán học về phương trình đại số đến Viện Hàm lâm để dự thi. Do viên thư kí của Viện chưa kịp xem thì đã chết, nên bản thảo bị thất lạc, mất hẳn không tìm lại được.

Sau đó, nhờ Poatxông, nhà toán học nổi tiếng lúc bấy giờ giúp đỡ, Galoa gửi tiếp lên Viện Hàn lâm một công trình đại số mà ngày nay gọi là "Lí thuyết Galoa". Nhưng do tài liệu viết quá cô đặc, chưa được nghiên cứu kĩ, nên tài liệu bị kết luận là "chưa rõ ràng, khó hiểu".

Tháng 6 năm 1831 đến tháng 3 năm 1832 Galoa bị bắt giam tại nhà lao Xanh Pêlaghi vì những "hoạt động có hại cho an ninh". Ngày 30 tháng 5 năm 1832, không ai rõ sự việc gì đã xảy ra, Galoa nhận lời đấu súng để bảo vệ danh dự với một người mà ông gọi là kẻ thù khiêu khích.

Đêm hôm trước, biết mình sắp chết, ông đã thức suốt đến rạng đông để viết lại công trình nghiên cứu toán học của mình. Trên những trang giấy cuối cùng viết vội vã ông đã giải quyết một vấn đề "làm băn khoăn các nhà toán học nhiều thế kỉ" : "*Trong những điều kiện nào thì một phương trình có thể giải được* " ? Trong tài liệu này ông đã vận dụng lí thuyết nhóm, một lí thuyết quan trọng trong toán học hiện đại. Bên lề trang viết, người ta còn đọc những dòng chữ run rẩy, viết vội vã : "Tôi không có thì giờ, không còn thì giờ nữa..."

Trước khi ra trường đấu súng Galoa cẩn thận giao tài liệu cho bạn thân là Sơvaliê, nhờ chuyển gấp cho nhà toán học Giacôbi hay Gaoxơ "vì tầm quan trọng của nó đối với toán học".

Mờ sáng 30 tháng 5 năm 1832, trong cuộc đấu súng, Galoa đã bị bắn vào bụng và gục xuống, sau đó mất ở bệnh viện Côsanh lúc 10 giờ. Năm đó ông vừa tròn 20 tuổi.

Hơn 60 trang cuối của công trình toán học do ông để lại mãi mãi là một đài kỉ niệm bất tử của một thiên tài trẻ tuổi gặp nhiều bất hạnh.

Ngày nay ai đi qua số nhà 54 phố Lớn thị trấn Bularen sẽ thấy một tấm biển mang dòng chữ : "Ở đây sinh ra nhà toán học lỗi lạc người Pháp Evarit Galoa, mất năm 20 tuổi, 1811-1832".

ANH MÀ ĐOÁN ĐÚNG THÌ EM CHỊU LIỀN

Thời xưa, trong các vùng quê ở nước Nga, có lưu truyền một hình thức "tìm hiểu" rất độc đáo.

Người con gái cầm trên tay 6 thanh gỗ nhỏ, ở đầu trên và đầu dưới có buộc từng cặp với nhau bằng một sợi dây nhỏ. Các đầu thanh gỗ đều được che kín.

Người yêu của cô gái phải đoán đúng thanh gỗ nào được nối với thanh gỗ nào, ở đầu nào.

Nếu đoán đúng thì mối tình sẽ là tốt đẹp, bền vững và đám cưới sẽ được tổ chức trong năm.



Kiểu trắc nghiệm này được nhà toán học Iaglôm nghiên cứu và cho biết xác suất đoán đúng của người con trai phụ thuộc vào số thanh gỗ như sau :

Nếu có 2 thanh gỗ, thì dĩ nhiên chàng trai đoán đúng 100% (xác suất là 1)

Nếu có 4 thanh thì xác suất đoán đúng là $\frac{2}{3}$

Nếu có 6 thanh thì xác suất đoán đúng là

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15} \approx 0{,}53...$$

Nếu có 8 thanh thì xác suất đoán đúng là

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} \approx 0{,}46...$$

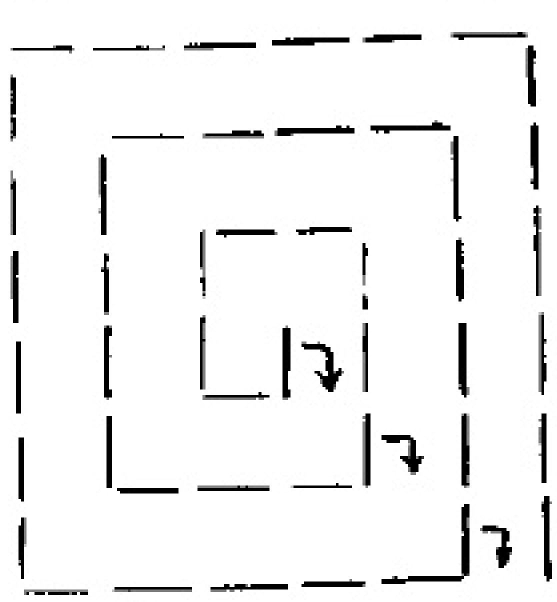
Nói cách khác nếu có 6 thanh thì trong 100 chàng, trung bình có 53 chàng được nàng chấp nhận lời cầu hôn, còn 47 chàng bị từ chối.

Không có "mánh" nào để chắc chắn thắng lợi 100%, phải chấp nhận may rủi...

MỘT BỮA ỐC SÊN MIỄN PHÍ

Để quảng cáo cho món ăn ốc sên, một món ăn độc đáo của hiệu mình, một ông chủ quán ở Paris* đã cho vẽ trên bảng quảng cáo hình "xoáy trôn ốc" tượng trưng cho con ốc sên (hình A), xếp bằng những thanh kim loại màu. Ở dưới bảng có câu : "Hình này tượng trưng cho con ốc sên, một món ăn độc đáo của bổn hiệu.

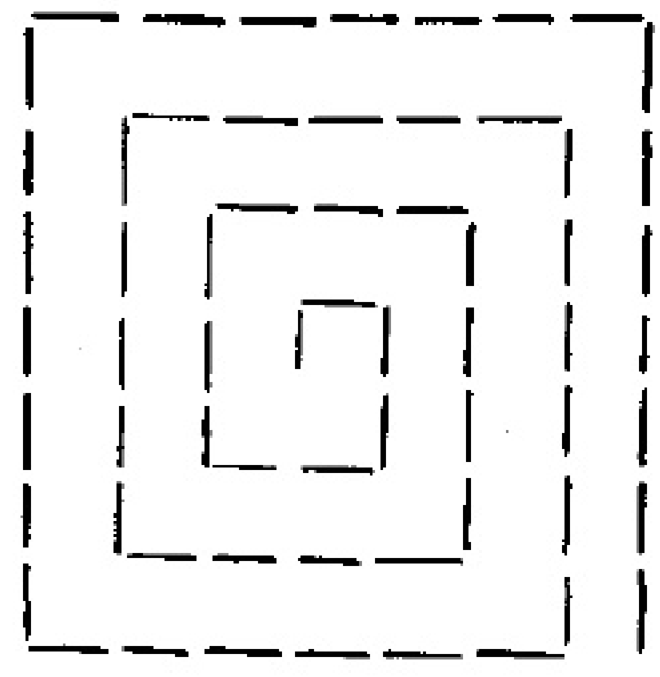
Ai biến được hình này thành ba hình vuông mà chỉ cần đụng đến 3 thanh, thì bổn hiệu sẽ mời thưởng thức một bữa ốc sên tuyệt ngon không phải mất tiền".


Hình A

Bảng quảng cáo với hình vẽ và dòng chữ này đã thu hút khá nhiều khách đến

ăn, nhưng chỉ có một người giải được lời đố (xem hình vẽ). Người này được ăn một bữa ốc ngon lành, dĩ nhiên là miễn phí.

Ông chủ hiệu bực mình lắm, hôm sau thay hình cũ bằng một hình mới (hình B) với dòng chữ mới : "Hình này tượng trưng cho con ốc sên, một món ăn độc nhất vô nhị của bổn hiệu.



Hình B

Ai biến được hình này thành 3 hình vuông mà chỉ cần đụng đến 3 thanh, thì bổn hiệu xin mời người đó cùng gia đình đến thưởng thức một bữa ốc sên tuyệt ngon, hoàn toàn miễn phí !"

Mời các bạn làm thử để có dịp đem cả gia đình qua Pari ăn một bữa ốc sên miễn phí.

Xin cam đoan là bài toán này giải được, chỉ cần đụng đến 3 thanh, không hơn không kém !

NGHỊCH LÍ ACNÔ ĂNGTOAN

Acnô Ăngtoan (Antoine) là nhà toán học Pháp, sinh năm 1572 mất năm 1694, bạn của Patxcan, tác giả nhiều hình vuông ma phương.

Nói đến Ăntoan là nói đến nghịch lí vui vui sau đây :

Đẳng thức $\frac{1}{-1} = \frac{-1}{1} = -1$ có đúng không ?

Vế trái có $1 > -1$ tức số lớn chia cho số nhỏ.

Vế phải có $-1 < 1$ tức số nhỏ chia cho số lớn.

"Số lớn chia cho số nhỏ" mà lại bằng "số nhỏ chia cho số lớn", sao lại kì lạ vậy ?

Kể ra cũng khó giải thích cho ngắn gọn, sáng sủa điều vô lí trên đây.

SỐ TIỀN MỖI MẶT BẰNG NHAU ?

Ở Nam Mĩ có dãy núi Anđơ (Andes). Trên núi có một đền thờ nổi tiếng linh thiêng, nơi có hàng vạn tín đồ đến hành hương hàng năm.

Truyền thuyết kể lại rằng vị thần của đền thờ này không chấp nhận mặt trái của đồng tiền.

Theo quy định khách thập phương ném tiền cúng quỹ thờ thần vào một đĩa lớn. Nếu đồng tiền rơi ở mặt trái thì khách được ném thêm đồng tiền khác, cho đến khi xuất hiện mặt phải mới thôi. Nếu đồng tiền ở mặt phải từ lần ném đầu, thì không cần ném tiền nữa.

Người giữ đền, cũng như nhiều người khác, nghĩ rằng với cách ném tiền như vậy, số tiền ở mặt phải nhiều hơn hẳn số tiền ở mặt trái. Nhưng khi kiểm tiền, người giữ đền thấy số tiền ở mặt phải và số tiền ở mặt trái luôn xấp xỉ bằng nhau.

Phải giải thích điều này như thế nào ? Sau đây là cách giải thích nghe rất có lí :

Đồng tiền có hai mặt. Xác suất để rơi vào mỗi mặt là 50%. Sau lần ném đầu có khoảng 50% là mặt phải, khoảng 50% là mặt trái.

50% số người ném mặt trái được tiếp tục ném. Lần ném thứ hai cũng có khoảng 50% rơi ở mặt phải, 50% rơi ở mặt trái.

50% người ném tiền mặt trái lần thứ hai được ném lần thứ ba.

Lần thứ ba cũng có 50% người ném mặt phải, 50% người ném mặt trái v.v... Cứ như thế bao giờ cũng có $\frac{1}{2}$ số tiền ở mặt phải và $\frac{1}{2}$ số tiền ở mặt trái trên đĩa.

Hình bên cạnh minh họa kết quả đó.



TOÁN HỌC VÀ QUYỀN THỪA KẾ

Có một điều nhận xét lí thú là rất nhiều nhà toán học xuất thân từ nhà luật học. Trước khi nghiên cứu toán học như một nhà khoa học chuyên nghiệp, họ đã tham gia công tác luật pháp như một quan tòa thực thụ. Trong số đó có thể kể đến Fecma, Lebnit, Gônbắc.... Ở thời La Mã nhận xét trên càng đúng. Nhiều nhà luật học, để thực hành luật pháp (chia ruộng đất, gia tài, xử các vụ kiện về li hôn, thừa kế, nợ nần...) đã phải học số học một cách sâu sắc để cầm cán cân công lí cho chính xác. Rồi với thời gian, họ trở thành nhà nghiên cứu toán học lúc nào không biết.

Sau đây là một "bài toán thừa kế" đòi hỏi cách giải quyết hợp tình, hợp lí, dựa trên luật pháp và toán học :

Một người trước khi qua đời để lại cho người vợ sắp sinh một bản di chúc như sau :

Nếu sinh con trai thì cho nó $\frac{2}{3}$ tài sản, còn mẹ nó được $\frac{1}{3}$ tài sản.

Nếu sinh con gái thì cho nó $\frac{1}{3}$ dài sản, còn mẹ nó được $\frac{2}{3}$ tài sản.

Sau khi người đàn ông mất, vợ ông ta đẻ sinh đôi, một trai và một gái.

Tình huống này có lẽ trước khi mất, ông ta không hề nghĩ đến. Bây giờ các nhà luật pháp phải thực hiện di chúc như thế nào đây để thể hiện được cao nhất nguyện vọng của người đã mất ?

Vì đây không phải đơn thuần là một bài toán số học, mà còn là một bài toán xã hội học nên có rất nhiều ý kiến khác nhau.

Nhà luật học La Mã Xanvian Giulian đã giải quyết như sau :

Theo tinh thần và lời văn của di chúc thì con trai hưởng gia tài gấp đôi mẹ, còn con gái hưởng gia tài bằng một nửa của mẹ.

Nếu gọi m, t, g lần lượt là số gia tài của mẹ, con trai, con gái thì $t = 2m$ và $m = 2g$, tức là ta có tỉ lệ $m : t : g = 2 :$

4 : 1 và ông dựa vào lí lẽ đó đã chia gia tài ra 7 phần, giao cho mẹ 2 phần, con trai 4 phần, con gái 1 phần.

Nhưng có người cho rằng cách chia đó không thỏa đáng đối với người mẹ. Thật vậy, ý nguyện của người cha là chia cho người mẹ *ít nhất* $\frac{1}{3}$ tài sản. Theo cách chia của quan tòa Xan-vian thì người mẹ được $\frac{2}{7}$ tài sản, mà rõ ràng $\frac{2}{7} < \frac{1}{3}$!

Có người đề nghị : Trước hết trích ra $\frac{1}{3}$ tài sản cho mẹ đã, phần còn lại là $\frac{2}{3}$ tài sản được chia làm 5 phần. Người con trai được 4 phần, người con gái được 1 phần :

Người con trai được $\left(\frac{2}{3} : 5\right) \times 4 = \frac{8}{15}$ tài sản

Người con gái được $\left(\frac{2}{3} : 5\right) \times 1 = \frac{2}{15}$ tài sản

Nếu chia như thế thì xem như tài sản được chia ra 15 phần : Mẹ được 5 phần, con trai được 8 phần, con gái được 2 phần, tức là m : t : g = 5 : 8 : 2.

Quan tòa Azimbai Axarôp đề nghị một cách chia thực tế hơn, nghe xuôi tai hơn, và theo ông phản ánh đúng hơn ý nguyện của người đã mất :

Ông nói rằng hai đứa bé không thể ra đời cùng một lúc. Có đứa được đẻ trước, có đứa được đẻ sau. Nếu đứa con trai ra đời trước thì chia cho nó $\frac{2}{3}$ gia tài. Phần còn lại được chia làm 3 phần, mẹ được 2 phần, con gái được 1 phần, tức là m : t : g = 2 : 6 : 1. Nếu đứa con gái ra đời trước thì chia cho nó $\frac{1}{3}$ tài sản.

Phần còn lại được chia làm 3 phần, mẹ được 1 phần, con trai được 2 phần, tức là m : t : g = 2 : 4 : 3.

Vậy theo bạn thì cách chia như thế nào là hợp tình hợp lí ?

FECMA

(Pierre Fermat 1601 - 1665)

(GẦN 400 NĂM VẪN CÒN DANG DỞ)

Fecma là nhà toán học Pháp sinh ngày 17-8-1601 và mất ngày 12-1-1665. Ông có công lớn trong việc xây dựng cơ sở của nhiều ngành toán học : lí thuyết số, hình học, đại số, xác suất...

Nói đến Fecma là nói đến "định lí lớn Fecma", một mệnh đề toán học do Fecma nêu ra, mà cho đến nay, sau gần 400 năm, cũng chưa có được một lời giải đáp trọn vẹn.

Năm 1637, Fecma đã ghi như sau :

"Một lập phương không bao giờ là tổng của hai lập phương. Một lũy thừa bậc bốn không bao giờ là tổng của hai lũy thừa bậc bốn và một cách tổng quát không có một lũy thừa nào số mũ lớn hơn 2 lại là tổng của hai lũy thừa tương tự.

Tôi đã tìm ra một cách chứng minh khá thú vị mệnh đề trên, nhưng không phải là điều nên ghi ở chỗ lề cuốn sách này".

Tóm tắt định lí trên là : "Không có n, x, y, z $\in Z^+$ sao cho $x^n + y^n = z^n$, với $n > 2$"

"Chứng minh có" vẫn dễ hơn " chứng minh không có". Dùng máy vi tính người ta đã chứng tỏ được mệnh đề trên đúng với $n < 125000$.

Nhà toán học Ơle đã chứng minh mệnh đề đúng cho $n = 4$.

Năm 1823 Lơgiăngđrơ chứng minh cho $n = 5$ và 15 năm sau Lamê chứng minh cho $n = 7$.

Năm 1847 nhà toán học Đức Kumơ chứng minh được định lí đúng cho n là các số nguyên tố bé hơn 100 và khác 37, 59, 67.

Vừa qua, nhà toán học Đức Faltinh đã chứng minh được "Phương trình $x^n + y^n = z^n$ chỉ có một số hữu hạn nghiệm là các số nguyên tố cùng nhau và nếu với mọi $n \geq 4$ mà định lí Fecma có thể sai thì chỉ có thể sai ở một mức độ nào đó".

Năm 1988, nhà Toán học Nhật bản Miyaoka đã tưởng minh

giải được bài toán, nhưng khi kiểm tra lại thì hóa ra ông đã nhầm.

Mới đây nhất, ngày 23 tháng 6 năm 1993, một nhà toán học người Anh, giáo sư Andrew Wiles, ở Princeton đã trình bày những nét lớn của sơ đồ chứng minh dẫn đến việc giải hoàn toàn "định lí lớn của Fecma" trước một cử tọa gồm 50 chuyên gia bậc thầy về lí thuyết số. Với một tập tài liệu dài gần 200 trang trong vòng chưa đầy 1 giờ, Wiles đã nêu lên cách giải bài toán Fecma. Cử tọa nín thở, hồi hộp theo dõi một sự kiện vĩ đại... Sau buổi trình bày của Wiles, thái độ chung của các nhà toán học là dè dặt, chờ xem...

Khoảng cuối năm 1993 người ta đã phát hiện một số lỗ hổng lớn trong công trình của Wiles. Liệu Wiles có thể lập bằng các lỗ hổng đó một cách thuyết phục không ? chỉ có thời gian mới trả lời được câu hỏi này...

BỨC TƯỢNG ABEN TRÊN HAI CON BÀI LẬT NGỬA

Ngày nay ai đi qua Ôxlô - thủ đô Na Uy - cũng thấy trong Công viên Vua chúa có tượng nhà toán học Aben (Abel).

Tượng Aben có dáng một thanh niên khỏe, đẹp, như một nhà điền kinh, hai chân đạp lên trên hai hình quân bài lật ngửa.

Hai con bài lật ngửa nói lên điều gì ? Chỉ có người tạc tượng mới hiểu. Mỗi người giải thích một kiểu. Phải chăng đó là hai vấn đề toán học quan trong nhất mà Aben đã giải quyết được (vấn đề hàm số eliptic và giải các phương trình đại số dưới dạng những căn thức) ?

Hay là tượng trưng cho hai kẻ thù mà Aben đã chiến thắng, là cái chết và sự lãng quên.

Hơn nữa, dáng "thể thao" của bức tượng không phản ánh chút nào hình thức thực của Aben.

Thực ra Aben là một thanh niên nhút nhát, rụt rè, đáng yêu, có nụ cười dịu dàng như con gái, có mái tóc mềm mại, màu tro...

Aben hay đau yếu, mất năm 26 tuổi, ngày 6 tháng 4 năm 1829, vì bệnh sưng phổi.

Hay người tạc tượng muốn nhắc các thế hệ đời sau :

Sức mạnh trí tuệ của Aben vẫn muôn đời còn thanh xuân...

MAC MAHÔNG - ÔNG TỔ CỦA TRÒ CHƠI RUBIC

Có một dạo đi đâu cũng thấy người ta chơi Rubic. Rubic phổ thông đến nỗi có một họa sĩ đã vẽ một bức tranh biếm họa như sau :

Tại một trạm chờ xe buýt người ta buộc khối vuông Rubic vào một cái cột để hành khách tiêu khiển, giết chết thời gian, đỡ sốt ruột khi chờ xe.

Ai cũng biết tác giả của trò chơi Rubic là nhà sáng tạo người Hungari tên là Rubic.

Nhưng truy nguyên lịch sử của trò chơi này, sẽ thấy rằng ông tổ của nó là một sĩ quan quân đội Pháp tên là Mac Mahông. Ông tham gia cuộc chiến tranh ở Grimê, ở Ý, bị thương ở Xêđăng. Ông là toàn quyền Algiêri từ 1864 đến 1870. Sau đó làm tổng thống Pháp từ 1873 đến 1879.

(Ở Sài gòn trước kia có đường phố Mac Mahông mà nhân dân thường gọi là "Mặt Má Hồng", nay là đường Nam Kì Khởi Nghĩa).

Mac Mahông đã sáng tạo ra trò chơi như sau :

Lấy 30 hình lập phương giống nhau. Mỗi hình lập phương có 6 mặt mang 6 màu : trắng, xám, xanh, vàng, đỏ, đen.

Tại sao có 30 hình lập phương ? Tại vì có 30 cách phân phối 6 màu cho các mặt sao cho 2 mặt kề nhau mang 2 màu khác nhau. (5.3.2 = 60)

Với 30 hình lập phương của Mac Mahông,. có thể có nhiều trò chơi thú vị, sau đây là một trò chơi :

Chọn một hình trong 30 hình lập phương, gọi là hình mẫu. Trong 29 hình còn lại chọn 8 hình và ghép lại thành một hình to, sao cho nó có phân bố màu hệt như hình mẫu.

Trò chơi này cũng dễ.

Nhưng Mac Mahông lại đặt thêm điều kiện cho trò chơi :

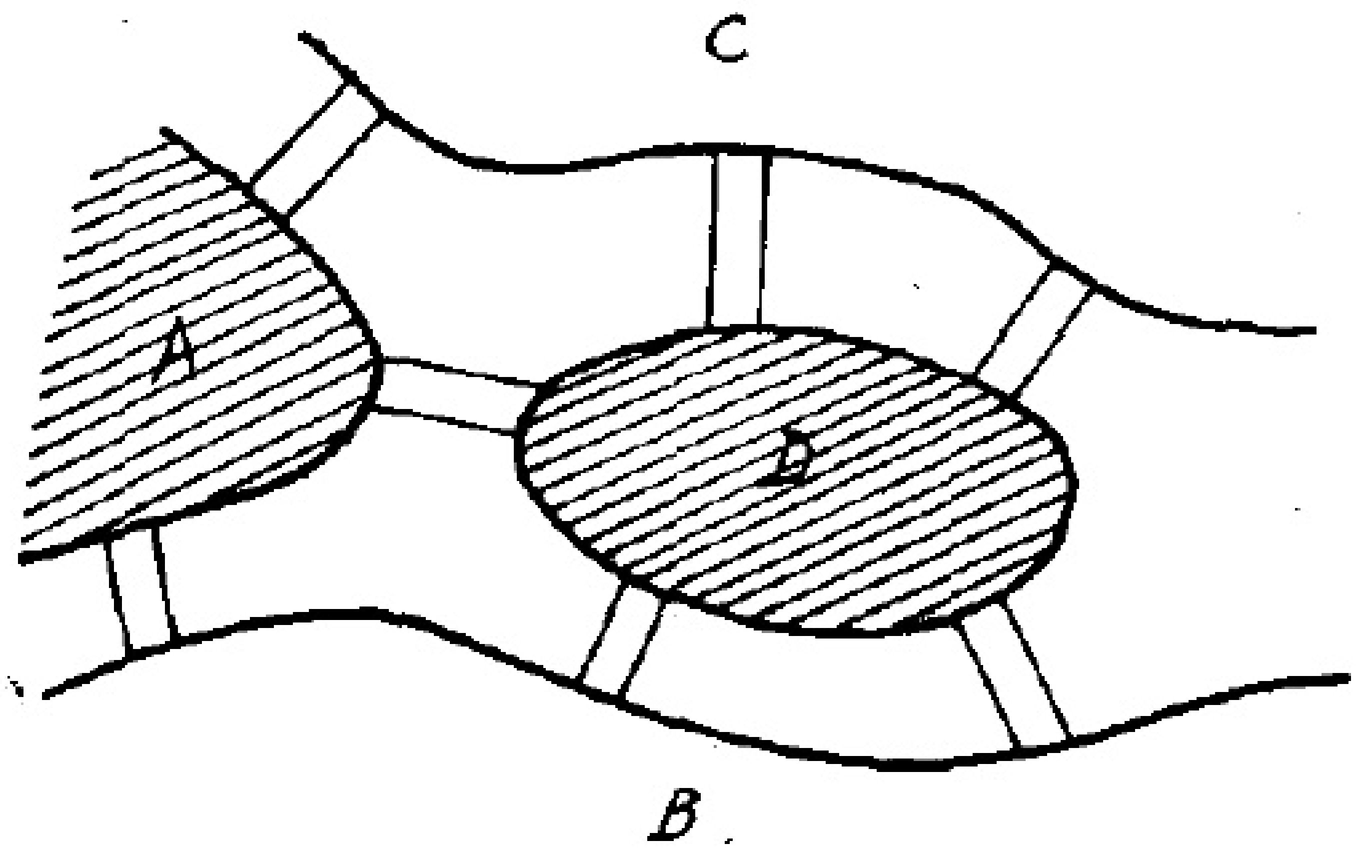
Trong hình lập phương lớn chỉ có những hình lập phương với những mặt cùng màu mới đặt tiếp giáp nhau.

Hồi thời Mac Mahông, trò chơi này chỉ có giá trị giải trí. Ngày nay trò chơi này được xem như một bài toán trong "lí thuyết trò chơi", một ngành của toán học.

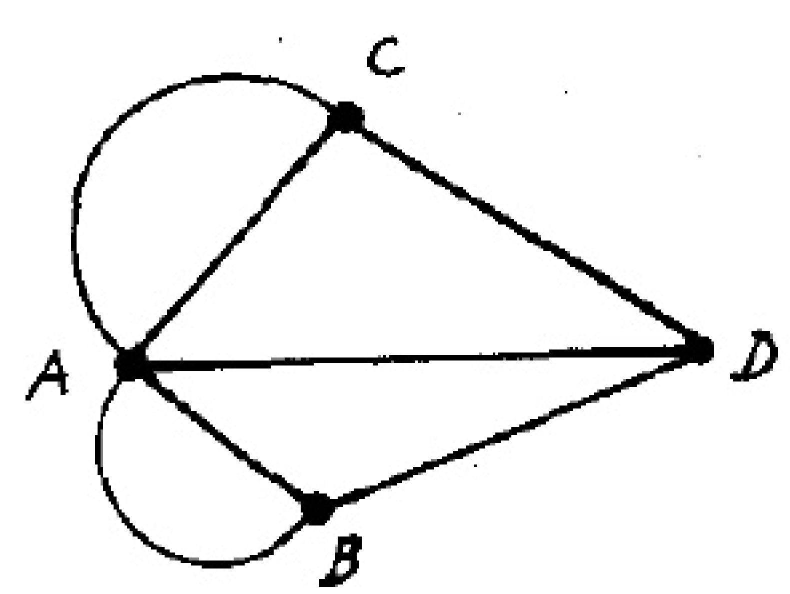
ƠLE VÀ "BÀI TOÁN 7 CHIẾC CẦU"

Hai trăm năm trước đây tại trung tâm thành phố Conixbec (nay là Kaliningrat của Nga) gần cửa sông Prêhen đổ ra biển Bantic có 7 chiếc cầu nối đảo với bờ sông.

Có cách nào đi qua hết 7 cầu với điều kiện là chỉ được đi qua mỗi cầu một lượt ?



Bài toán này đặt ra lúc Ơle đang còn làm Viện sĩ Viện Hàn lâm Khoa học Nga (ông là Viện sĩ năm 24 tuổi).



Ơle đã nghiên cứu bài toán tổng quát hơn. Trước hết ta gọi "đồ thị liên thông" là đồ thị không có những phần nào tách rời hẳn ra mà tất cả nối liền nhau.

Hình đảo và cầu có thể vẽ theo sơ đồ bên cạnh, có 4 đỉnh A, B, C, D. ""Đỉnh lẻ" là đỉnh có số đường chạy tới nó lẻ (đỉnh A, C, B, D). "Đỉnh chẵn" là đỉnh có số đường chạy tới nó chẵn.

Ole đã nghiên cứu và cho kết quả :

1a) Một hình muốn vẽ được bằng một nét liền (hoặc đi một lần qua hết mọi đường) thì hình đó phải có toàn đỉnh chẵn, hoặc chỉ có hai đỉnh lẻ.

1b) Một hình có bao nhiêu đỉnh lẻ thì số nét phải vẽ để các đường đi không trùng lặp nhau bằng nửa số đỉnh lẻ đó.

Như vậy rõ ràng không thể đi qua 7 cầu trên bằng cách đi qua mỗi cầu một lần.

Số đỉnh lẻ là 4, (A, B, C, D). Vậy ít nhất phải đi trở lại một cầu nào đó mà mình đã qua, nếu muốn qua hết 7 cầu.

Bài toán trên liên quan đến một lí thuyết toán học rất sâu sắc gọi là "Tôpô học", một ngành toán hiện đại.

PUSKIN QUÁ GIÀU TƯỞNG TƯỢNG....

Puskin là nhà thơ Nga vĩ đại, đã có những bài thơ làm rung động hàng triệu trái tim nhân loại, từ thế kỉ này sang thế kỉ khác.

Điều đó không ai dám phủ nhận.

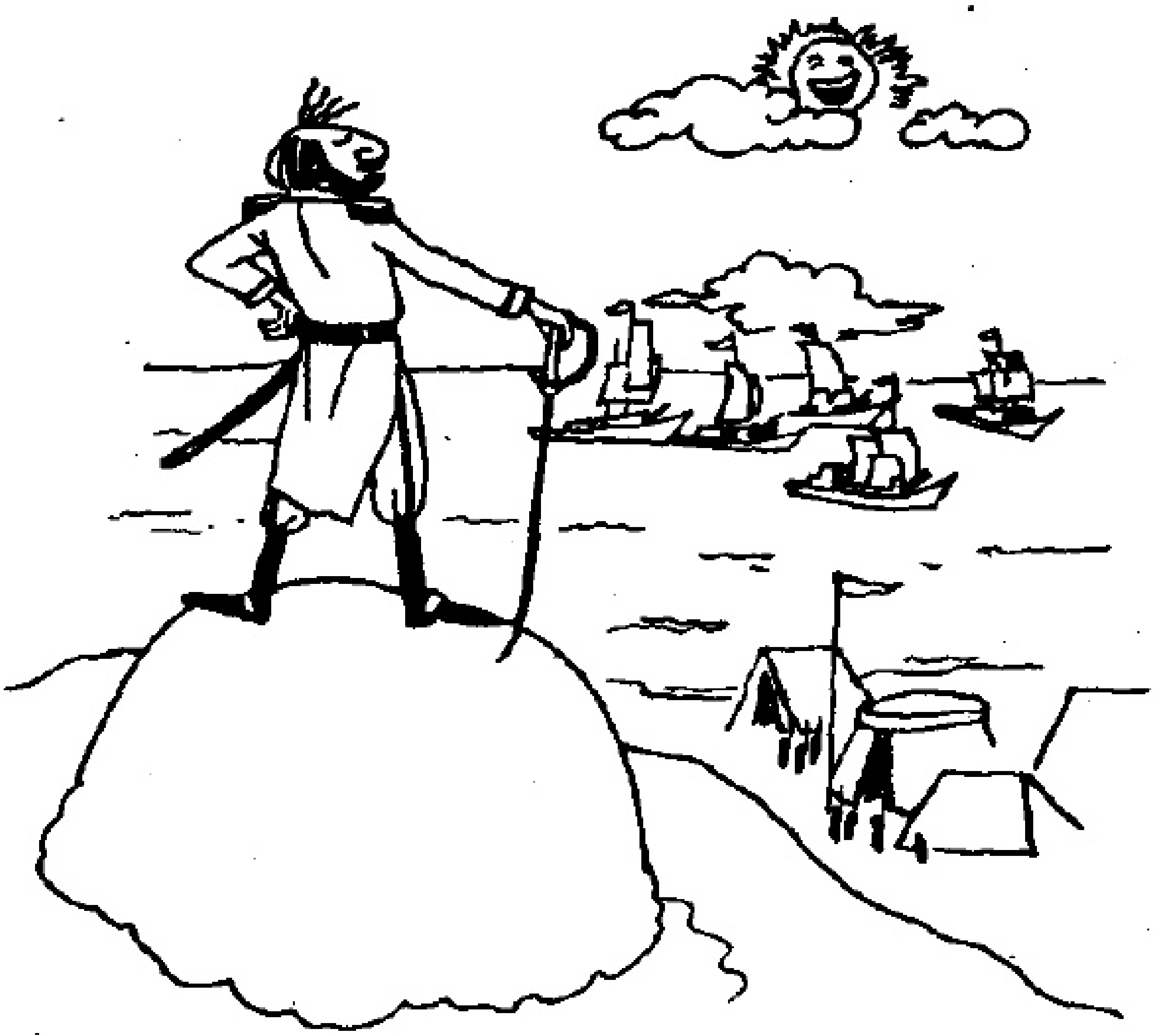
Nhưng đôi khi vì để cho trí tưởng tượng bay bổng quá đáng, "mơ theo trăng và vơ vẩn cùng mây" nên trong thơ của ông có những chi tiết mới đọc qua thì thấy hào hùng, mà đọc kĩ lại thì thấy vô lí đến buồn cười.

Đó là trường hợp bài thơ "Chàng hiệp sĩ keo kiệt", một truyện cổ tích bằng thơ :

Truyện xưa chép rằng
Một hôm nhà vua truyền cho quân sĩ :
Mỗi người bốc một nắm đất xếp thành đống cao
Để dựng lên ngọn đồi kiêu hãnh
Và nhà vua có thể ngự trên ngọn đồi vui vẻ ngắm nhìn

Cả thung lũng dày đặc lều trại trắng xóa
Cả biển khơi tấp nập chiến thuyền.

Đẹp thay cảnh người hùng đứng trên đồi, chống kiếm, nheo mắt nhìn đoàn quân chiến thắng dưới thung lũng và trên chiến thuyền ngoài biển khơi...



Nhưng... ngọn đồi nào, làm sao cao đến thế, nếu chỉ đắp bằng "mỗi người bốc một nắm".

Cứ cho là vua có 100.000 quân đang ra trận, như vậy có 100.000 nắm đất, mỗi nắm $\frac{1}{5}$ dm^3

Tính ra có tất cả $20m^3$ đất, đắp thành hình nón, có độ dốc 45° (độ dốc lớn nữa thì đất sụt lở, vua cũng bị nguy). Gọi h là chiều cao hình nón thì.

$$20 = \pi \frac{h^3}{3}, \text{ suy ra } h \approx 2,7m.$$

Một đống đất cao 2,7m mà tưởng tượng thành một ngọn đồi cao, từ đó vua nhìn ra xa thấy "lều trại trắng xóa", "tấp nập chiến thuyền".

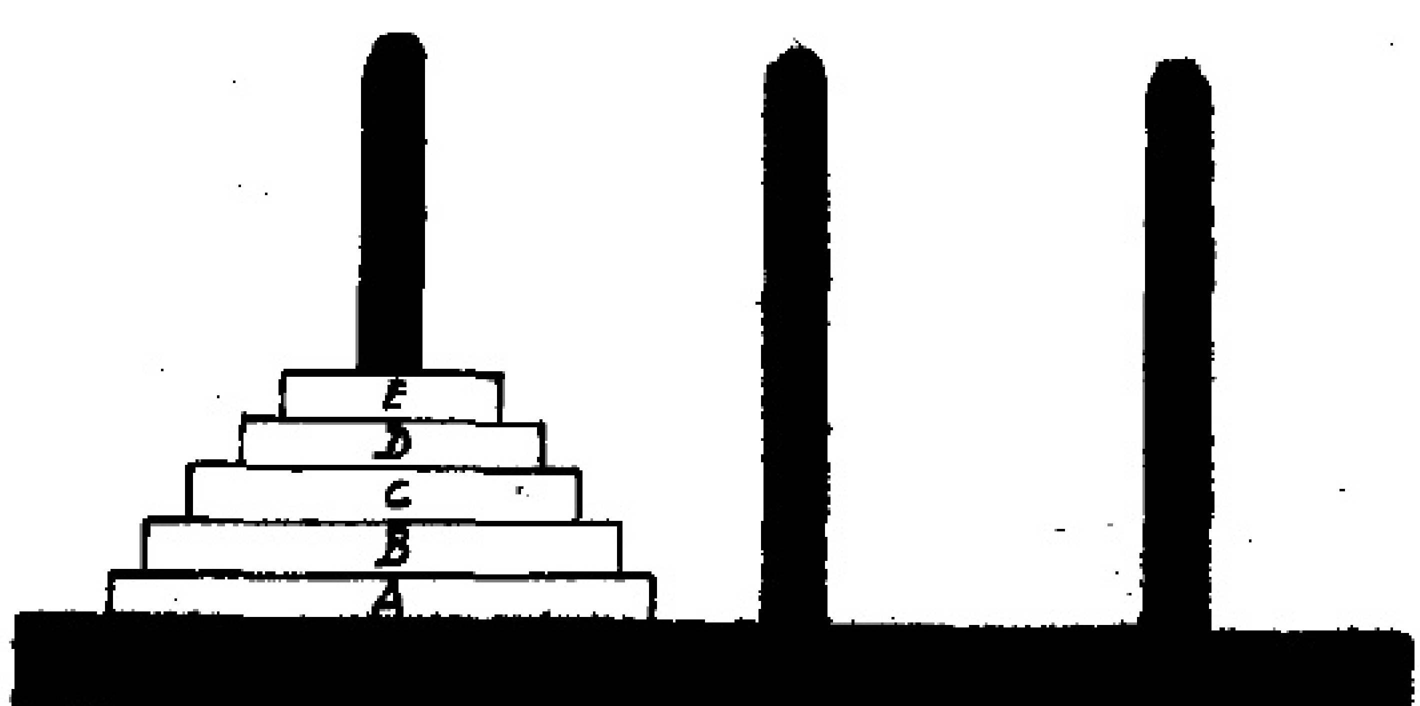
Kể ra trí tưởng tượng của Puskin cũng phong phú thật, nhưng không thể nói là có lí.

TRUYỀN THUYẾT VỀ ĐỒ CHƠI "THÁP HÀ NỘI"

Có thể tìm trong tất cả các hiệu bán đồ chơi một đồ chơi cổ điển, có tên là "Tháp Hà Nội".

Cách đây gần một thế kỉ, đồ chơi này có bày bán khắp nơi và có tên là "Tháp Hà Nội của Giáo sư Claoxơ (Claus)". Claus là tên tinh nghịch của giáo sư Pháp Sđuyxe Luyca (1842 - 1891) (Lucas, sắp các chữ lại thành Claus, cũng như Khái Hưng là do Khánh Giư mà ra). Giáo sư Luyca chắc có thăm Hà Nội nên đặt tên trò chơi là "Tháp Hà Nội" để nhớ đến Tháp Rùa hồ Hoàn Kiếm của chúng ta.

Đồ chơi là một tấm nằm ngang và 3 cái cọc thẳng đứng. Trên một cái cọc có các đĩa có đường kính nhỏ dần, ở giữa có lỗ để xâu được vào cọc. Đĩa lớn ở dưới, đĩa nhỏ ở trên. (Đĩa lớn hơn phải nằm thấp hơn).



Vấn đề là làm sao chuyển tất cả các đĩa sang một cọc khác (cọc III chẳng hạn), sao cho đĩa lớn hơn cũng phải nằm thấp hơn (tức sắp xếp như ở cọc I). Điều kiện đặt ra là mỗi lần chỉ chuyển được một đĩa, và không có đĩa nào nhỏ hơn mà lại bị đặt phía dưới đĩa lớn trong quá trình chuyển đĩa.

Nếu có 2 đĩa A, B ta có thể đặt lấy B đặt lên II (B → II), rồi A → III, rồi B → III. Thế là xong. Như vậy nếu có 2 đĩa thì có 3 lần chuyển.

Nếu có 3 đĩa A, B, C thì :

C → III, B → II, C → II, A → III, C → I, B → III, và C → III

Vậy có 7 lần chuyển ($7 = 2^3 - 1$).

Người ta chứng minh được nếu có n đĩa thì phải cần $2^n - 1$ lần chuyển ; và nhớ cho một mẹo : Nếu số đĩa là số chẵn thì chuyển đĩa đầu tiên sang cọc II, nếu số đĩa là số lẻ thì chuyển đĩa đầu tiên sang cọc III.

Sau đây là truyền thuyết về trò chơi này :

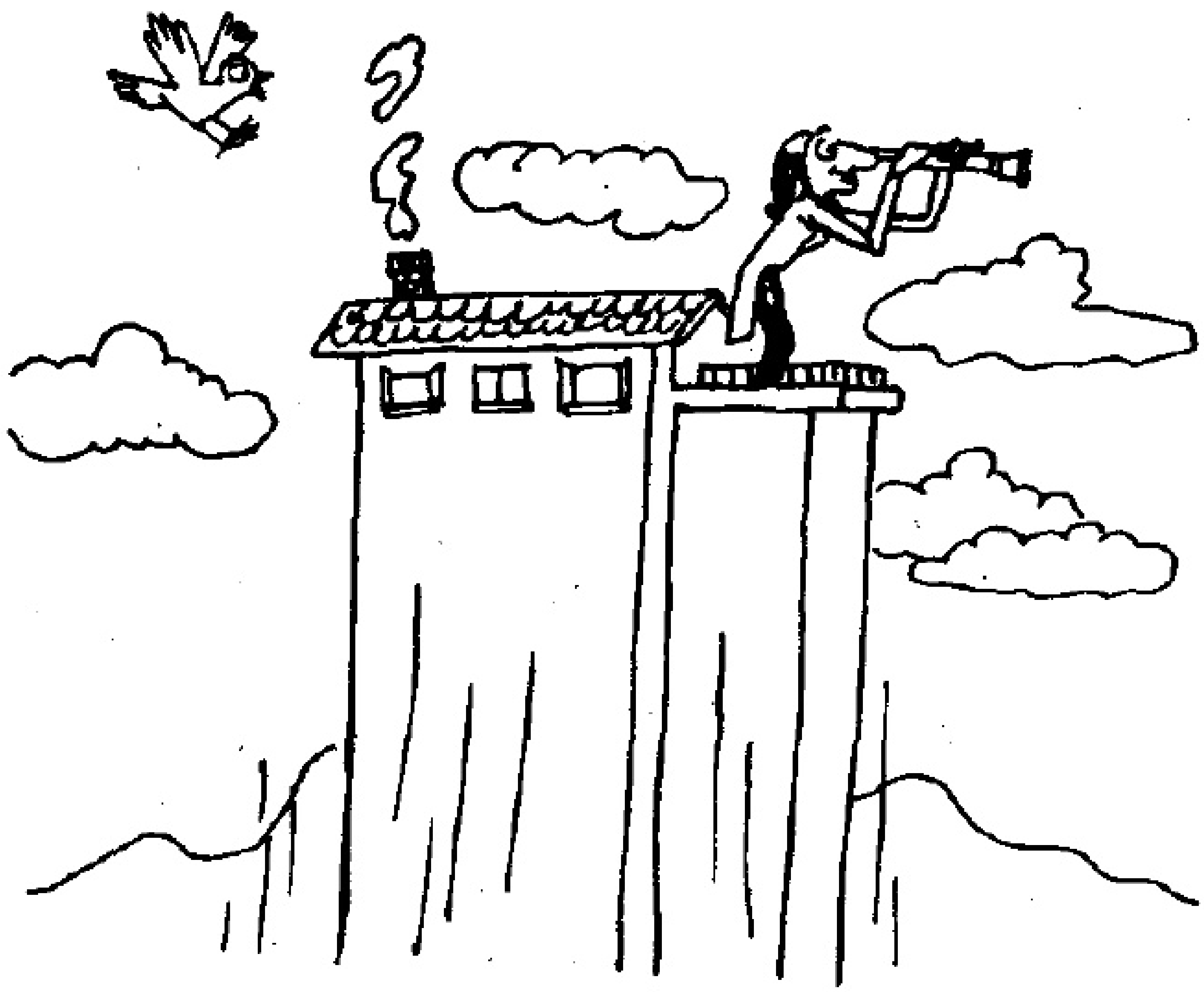
"Trong ngôi đền lớn Bênarét, chỗ trung tâm của thế giới, có đặt một tấm đồng, trên đó cắm ba cái cọc bằng kim cương. Hồi khai thiên lập địa, Thượng Đế đã đặt trên một cọc 64 đĩa vàng, đĩa lớn hơn nằm dưới. Một cọc như thế gọi là "Tháp Brama" (Bramah). Ngày và đêm, các vị tu chuyển các đĩa từ cọc này sang cọc khác, theo một luật mà Brama đã đặt ra : mỗi lần chỉ chuyển được một đĩa, và trong quá trình chuyển đĩa, bao giờ đĩa nhỏ hơn cũng nằm phía trên đĩa lớn hơn. Khi 64 đĩa đã chuyển hết sang một cọc khác, thì cả ngôi đền, Tháp Brama sẽ tan thành bụi sau một tiếng sét đánh, và đó là ngày tận thế".

Như vậy phải cần $2^{64} - 1$ lần chuyển đĩa.

Giả sử một người chuyển mỗi đĩa mất một giây và làm việc suốt 24 giờ trong một ngày, không nhầm lẫn, thì phải cần $5{,}82 \times 10^{11}$ năm, tức gần 6 tỉ thế kỉ mới xong.

Vậy thì nhân loại cứ yên tâm mà sống, khoan hãy lo sắp đến ngày tận thế.

GÔGÔN CŨNG NHẦM...



Gôgôn, nhà văn Nga nổi tiếng, tác giả cuốn tiểu thuyết "Tarát Bunba", đã tỏ ra thiếu quan sát hình học trong suy luận của mình. Trong bài báo "Về nền kiến trúc thời đại chúng ta" ông viết : "Những ngọn tháp to lớn, khổng lồ là cần thiết trong thành phố... Chúng ta thường quen hạn chế tầm cao của tháp, chỉ cho phép ngắm nhìn được nguyên có thành phố thôi, trong khi đối với các thủ đô, cần phải nhìn ra tư phía, ít nhất là một trăm năm mươi vecxta, mà muốn thế, có lẽ chỉ cần xây cao thêm một hai tầng nữa là tất cả sẽ thay đổi hẳn. Càng lên cao, tầm mắt sẽ mở rộng với cấp số nhanh lạ thường".

(1 vecxta bằng 1,0668km ; 150 vecxta bằng 160km)

Thêm vài tầng mà nhìn xa thêm được tới 160km !

Ta đã biết tầm xa của chân trời bằng $\sqrt{2Rh}$, R là bán kính Trái Đất, h là độ cao nơi quan sát.

Tính ra ta thấy rằng khi độ cao tăng 100 lần thì chân trời chỉ lùi ra xa 10 lần. Khi độ cao tăng lên 1000 lần, chân trời chỉ lùi ra xa 31 lần (vì $\sqrt{1000} \approx 31$)

Nếu xây thêm 2 tầng lầu nữa trên nhà 8 tầng lầu thì tầm xa của chân trời chỉ thêm có $\sqrt{\frac{10}{8}} \approx 1,1$ lần, tức là thêm không đáng kể.

Gôgôn muốn nhìn xa thêm 150 vecxta tức 160km thì phải xây một lầu cao hơn $h = \frac{160^2}{2R} \approx 2km$.

Nhà cao 2km !

Nhà này phải xây trên núi !

GIỮ KỈ LỤC 75 NĂM

Nhà toán học Pháp Êđua Anatôn Liuca (1842 - 1891) là giáo viên ở trường Trung học Lui Lơgiăngđrơ tại Pari.

1878 ông chứng minh được định lí cho phép kết luận số Mecxen dạng $2^n - 1$ có phải là số nguyên tố không. Dùng định lí đó ông đã cho biết số $2^{127} - 1$ là số nguyên tố.

Trong 75 năm số này giữ kỉ lục là số nguyên tố lớn nhất mà con người biết được.

Ngoài ra ông còn tìm ra được số hoàn chỉnh thứ 12.

(Số hoàn chỉnh là số bằng tổng các ước số của nó trừ nó. Ví dụ 6 = 1 + 2 + 3 là số hoàn chỉnh).

PHÁT HIỆN HÀNH TINH "TRÊN ĐẦU NGỌN BÚT"

Bằng phương pháp tọa độ, Lơveriê (1811 - 1877), nhà thiên văn Pháp, *đã đưa ra giả thuyết về sự tồn tại của một hành* tinh nào đó làm ảnh hưởng đến quỹ đạo của hành tinh Uran.

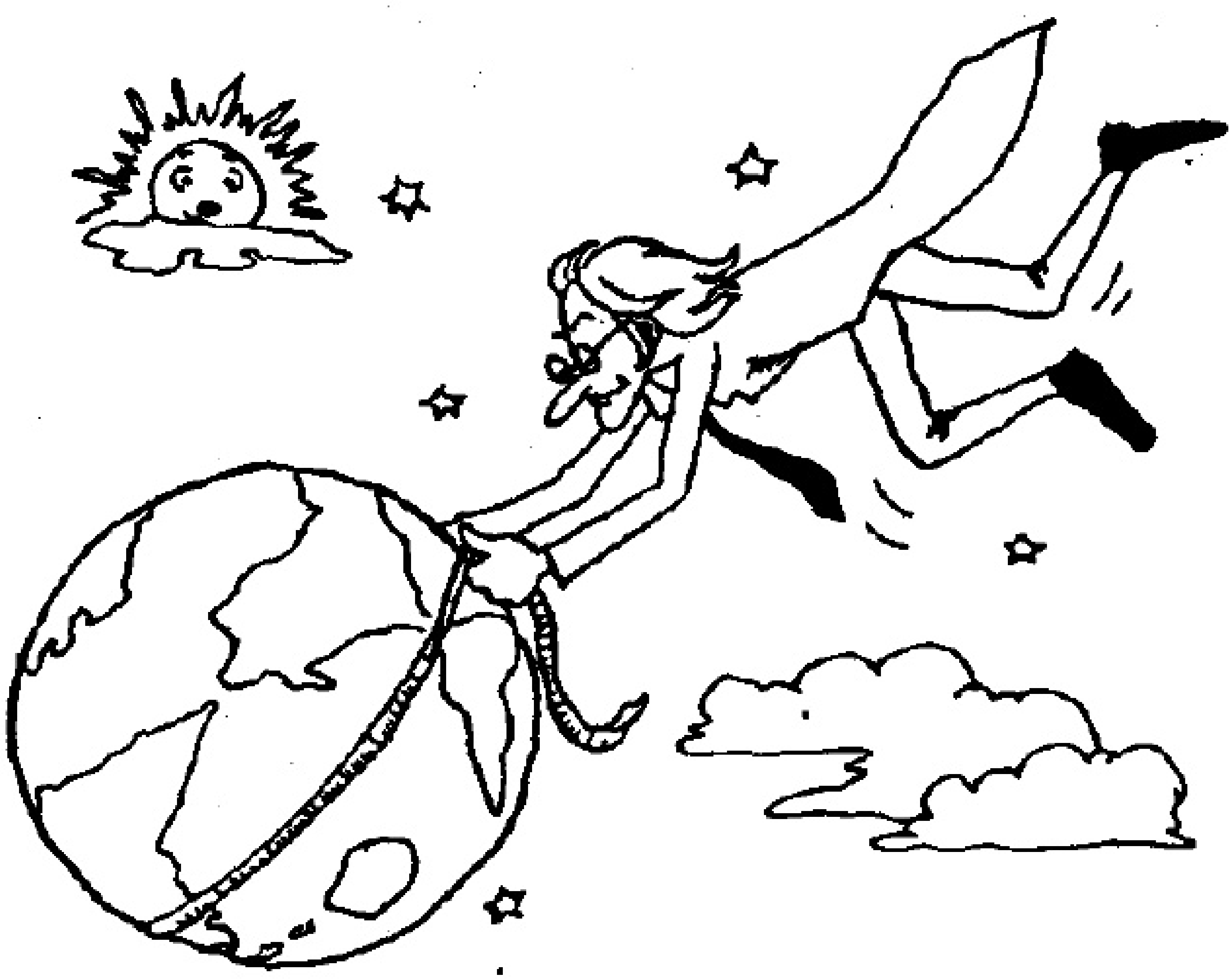
Nói *cách khác*, bằng *phương pháp tính toán đơn thuần* trên giấy, Lơveriê tiên đoán có một hành tinh nào đó, mà con người chưa phát hiện ra qua ống kính.

Chẳng bao lâu, hành tinh mới ấy đã được phát hiện. Đó là hành tinh Neptuyn (Hải vương tinh).

Thật là tuyệt ! Người ta nói rằng Lơveriê đã phát hiện hành tinh "trên đầu ngọn bút".

Cần nhắc lại rằng phát minh khoa học "trên đầu ngọn bút" kiểu Lơveriê không phải là trường hợp đầu tiên. Từ thế kỉ 17, dựa vào lí thuyết lực hấp dẫn của mình, Niutơn đã đưa ra giả thuyết rằng Trái Đất không phải là hình cầu.

Viện Hàn lâm Khoa học Pari đã cử một đoàn nghiên cứu thực địa để xác minh điều này. Môpectuy được cử làm trưởng đoàn. Sau một thời gian đo đạc thực địa, Môpectuy đã xác minh điều dự đoán của Niutơn là Trái Đất phải dẹt ở hai đầu. Kết luận này trái hẳn với kết luận của Caxini, là Trái Đất bị kéo dài ra theo trục của mình.



Như vậy chính Niutơn bằng lí luận đơn thuần đã phát hiện "trên đầu ngọn bút" chân lí Trái Đất có hình dẹt ở hai đầu.

Phát minh của Niutơn cùng một loại với phát minh của Lơveriê, nhưng không được ai nhắc đến như một phát minh "trên đầu ngọn bút," tuy phát minh của Niutơn được thực hiện từ thế kỉ 17.

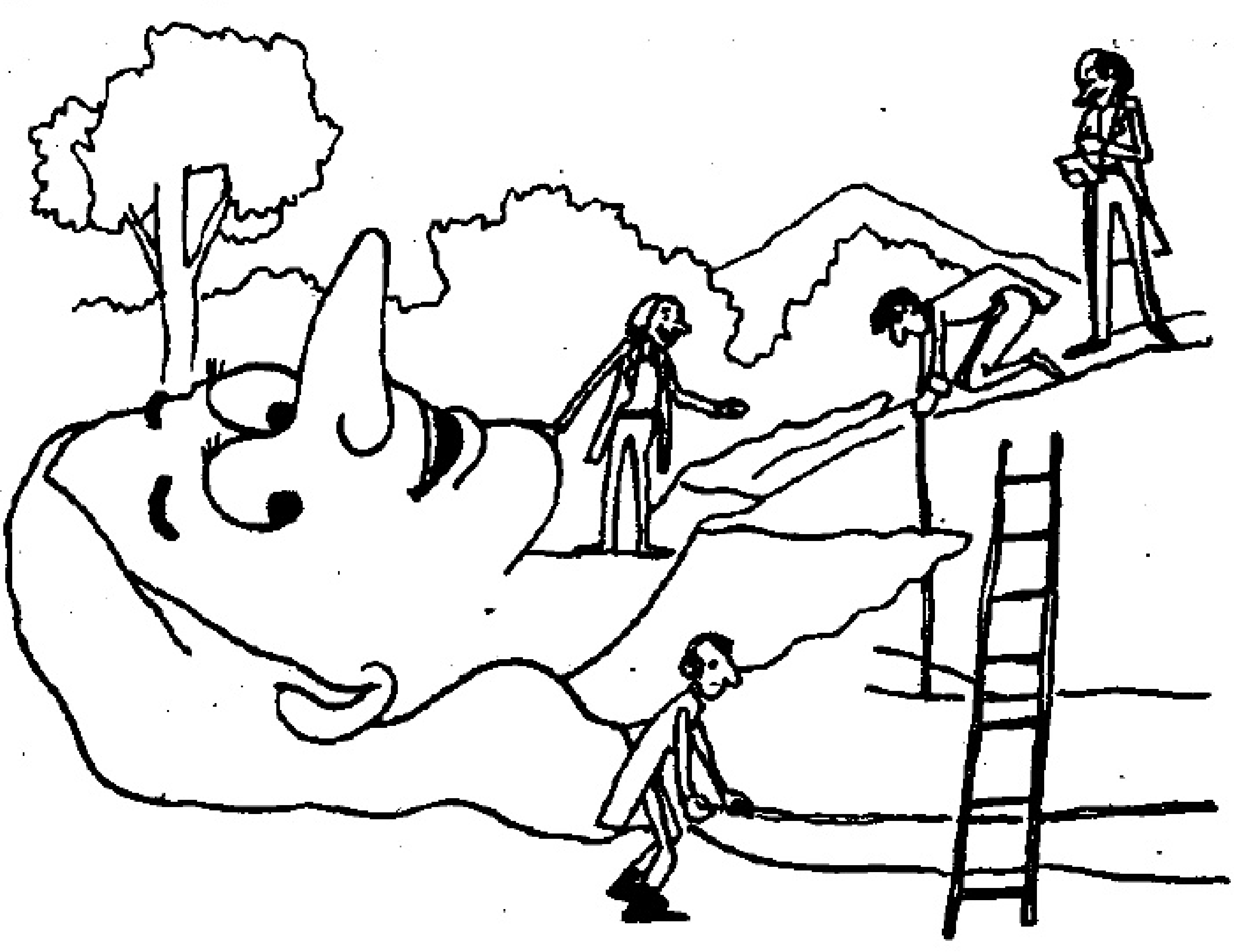
Vì sao vậy ? Vì sao người ta có xu hướng xem Lơveriê là trường hợp điển hình của phát minh "trên đầu ngọn bút" ?

Chưa ai trả lời được chính xác câu hỏi đó.

Có lẽ vì tầm vóc vĩ đại của Niutơn trong đội ngũ các nhà bác học. Nói đến Niutơn phải nói đến những công trình vĩ đại về khoa học còn việc phát minh ra Trái Đất dẹt không phải là phát minh lớn nhất của Niutơn. Cũng như một người đã phá kỉ lục thế giới về một môn thể thao nào đó, thì kỉ lục địa phương của người đó không cần nhắc đến....

TOÁN HỌC TRONG "TRUYỆN PHIÊU LƯU CỦA GULIVƠ" CỦA XUYFT

"Truyện phiêu lưu của Gulivơ" là truyện nổi tiếng của Xuyft, kể chuyện về anh chàng Gulivơ trong thế giới người tí hon và người khổng lồ.



Trong thế giới người tí hon thì Gulivơ lớn gấp 12 lần, trong thế giới người khổng lồ thì Gulivơ nhỏ hơn 12 lần.

Khi viết truyện tác giả phải giữ đúng tỉ số 12 đó trong tất cả mọi chi tiết. Ví dụ ở thế giới người tí hon thì Gulivơ ăn một bữa hết bao nhiêu suất ăn cá nhân, quần áo Gulivơ mặc phải dùng số vải gấp mấy lần số vải cá nhân ; Quả táo trong thế giới người khổng lồ gấp mấy quả táo của chúng ta.

Vì thể tích dạ dày Gulivơ to gấp $12 \times 12 \times 12 = 1728$ lần dạ dày người tí hon nên mỗi bữa Gulivơ ăn 1728 suất.

Diện tích quần áo Gulivơ rộng gấp $12 \times 12 = 144$ lần nên phải cần 144 số vải cá nhân để may một bộ đồ cho Gulivơ. (Phải cần 300 thợ để may cấp tốc).

Theo tỉ lệ $12^3 = 1728$, mỗi lần Gulivơ uống bốn thùng rượu vang do 8 người tí hon khiêng, vì 1 li rượu $= \frac{1}{4}$ lít ; $1728 \times \frac{1}{4}$ lít $= 432$ lít ≈ 4 thùng rượu.

Một bữa Gulivơ ăn mấy con ngỗng (nhỏ như chim sẻ), mấy con cừu, mấy kí bánh mì v.v..., tất cả đều phải giữ đúng tỉ lệ 12^3 (cho thể tích), 12^2 (cho diện tích), và 12 (cho độ dài).

Tuy vậy, có lúc, do mải mê để cho trí tưởng tượng bay bổng, Gulivơ cũng có nhầm lẫn về tỉ lệ, dẫn đến sự vô lí trong câu chuyện.

Thực vậy, trong thế giới người khổng lồ, có lần Gulivơ bị một trận mưa quả táo nện trên đầu, do một tên làm vườn chơi khăm gây ra.

Nhưng... Gulivơ chỉ thấy đau nơi chân và lưng ! Ta thử tính : 1 quả táo khổng lồ = 1728 quả táo của chúng ta. Suy ra 1 quả táo khổng lồ nặng khoảng 80 kg.

80kg rơi từ trên cao khoảng $5m \times 12 = 60m$ xuống lưng, đâu có phải chuyện đùa !

Năng lượng cú va đập này bằng 20.000 lần năng lượng của sự rơi của một quả táo thông thường và tương đương với năng lượng của một quả đạn đại pháo.

LÉP TÔNXTÔI VÀ BÀI TOÁN MUA ĐẤT CỦA PAKHÔM

Như ta đã biết, Tônxtôi rất thích môn toán, thích đến mức ông cố đưa các bài toán nhỏ, vui vào truyện của mình bất cứ chỗ nào có thể được.

Nghe nói Tônxtôi còn viết cả sách giáo khoa số học để dạy cho con em xung quanh trang trại của ông.

Trong một truyện nổi tiếng của L. Tônxtôi "Con người có cần nhiều đất đai không" ông đã viết về một cảnh mua đất thời xưa rất độc đáo và cũng rất đau lòng...

Pakhôm là một cố nông, rất nghèo, cần đất để canh tác. Chủ đất bán đất cho Pakhôm theo kiểu sau : 1000 rúp một "ngày đất".

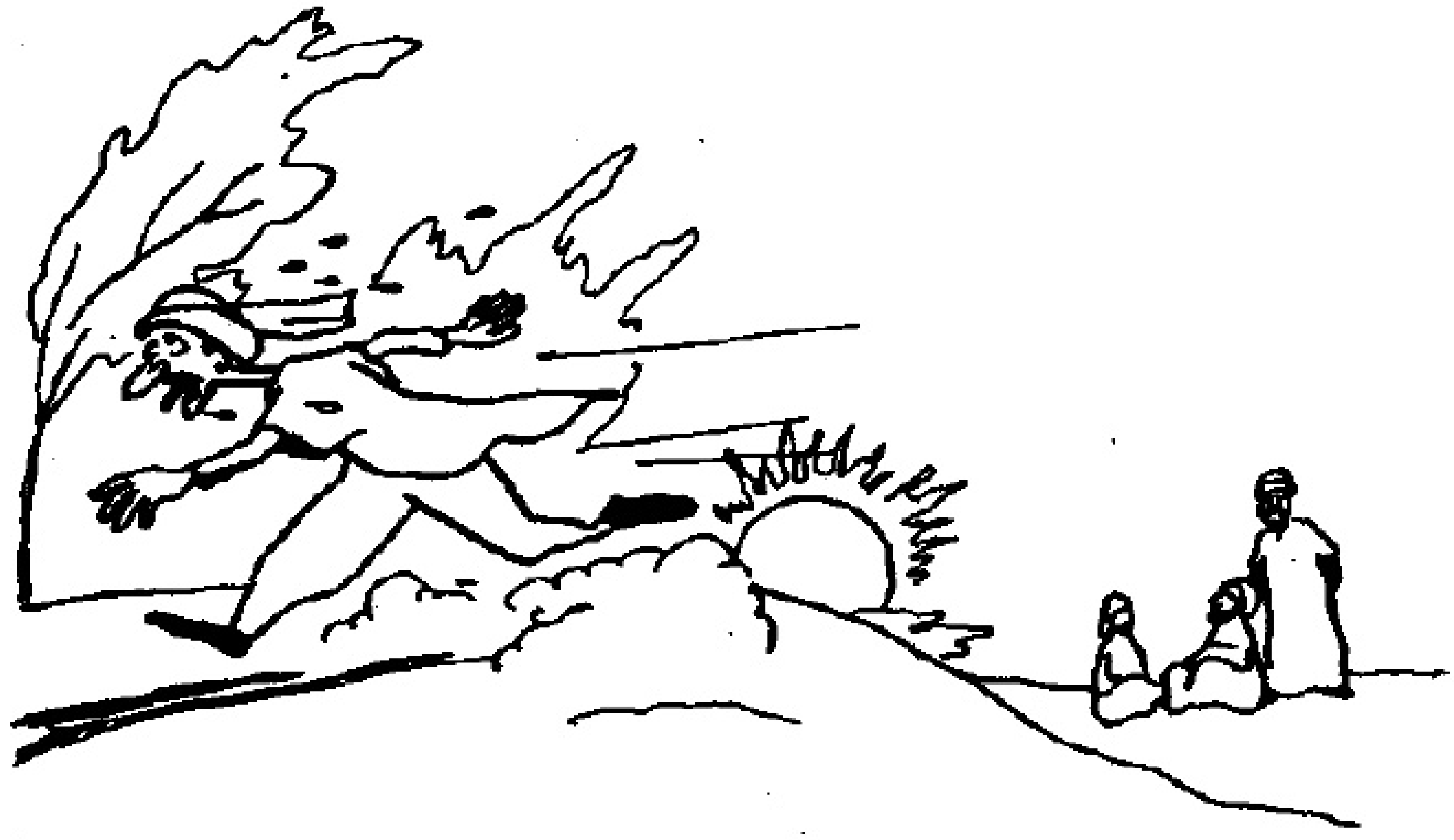
"Một ngày đất" là phần đất nằm trong đường biên kín do Pakhôn chạy vạch ra từ lúc Mặt Trời mọc, cho đến lúc Mặt Trời lặn.

Vấn đề đặt ra là Pakhôm phải chạy càng nhanh càng tốt, chạy theo một đường thế nào để khi về đến chỗ xuất phát thì diện tích phần trong đường biên là lớn nhất.

Cần nói thêm là nếu đến khi Mặt Trời lặn mà không về đến nơi xuất phát thì xem như công sức bỏ đi, bị mất trắng !

L. Tônxtôi đã tả cảnh Pakhôm chạy như sau :

"...Anh ta phải cắm đầu cắm cổ mà chạy... Pakhôm chạy, áo quần ướt đẫm mồ hôi, dính chặt vào thân thể. Miệng khô đắng. Ngực thở dồn dập như kéo bễ. Tim đập thình thịch như nhịp trống liên hồi.



Pakhôm dồn hết chút sức lực cuối cùng để chạy. Còn Mặt Trời cũng đã lăn sát đến đường chân trời. Và thế là hoàng hôn sắp đến rồi...

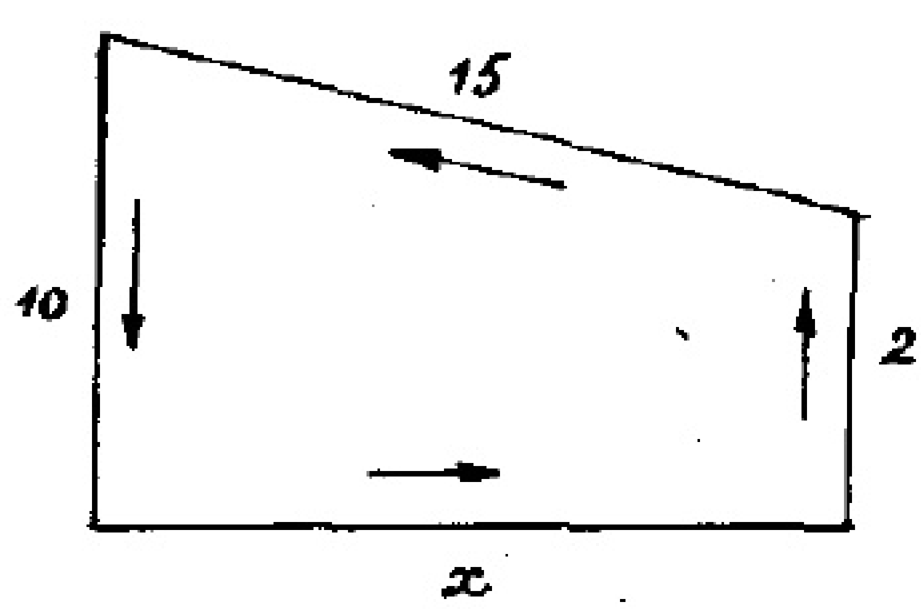
...Mặt Trời cũng đã sát đến mặt đất rồi, thậm chí đã có phần mất hút sau đường chân trời. Dồn hết sức lực cuối cùng, Pakhôm hít một hơi thật căng, rồi chạy băng lên về phía đỉnh gò. Đã nhìn rõ chiếc mũ. Đôi chân chạm vào nhau, và anh ta ngã xuống, đôi tay duỗi về phía trước, với tới chiếc mũ. (chiếc mũ đánh dấu nơi xuất phát buổi sáng - ND).

– Giỏi thật ! Già làng kêu lên - Anh đã chiếm được rất nhiều đất.

Một nông dân chạy lại muốn nâng anh ta dậy nhưng miệng anh ta ộc đầy máu. Anh ta đã chết !..."

Ta hãy bỏ qua khía cạnh bi thảm của câu chuyện. Vấn đề ta cần nói ở đây là dựa trên hành trình của Pakhôm cho ở hình bên, ta xét xem với độ dài đường chạy đó, Pakhôm đã đạt được diện tích lớn nhất chưa.

Theo số liệu kích thước hình thang vuông bên cạnh-ta tính được chu vi của nó là 40 vecxta (dùng định lí Pitago tính được x = 13)



Do đó diện tích phần đất là 78 vecxta vuông (khoảng 8000 mẫu Nga)

Người ta đã chứng minh được rằng trong tất cả các hình lồi cùng chu vi thì hình tròn có diện tích lớn nhất.

Nếu Pakhôm chạy một chu vi đường tròn 40 vecxta thì diện tích anh thu được là $\left(\frac{40}{2}\right)^2 = 127$ vecxta vuông, hơn diện tích cũ được 49 vecxta vuông.

Nếu anh chạy bớt đi một chút và chạy theo đường tròn, thì vẫn có lợi hơn nhiều về mặt sức khỏe và diện tích.

Nhưng anh đã chết rồi, làm sao còn học hình học để rút kinh nghiệm được !

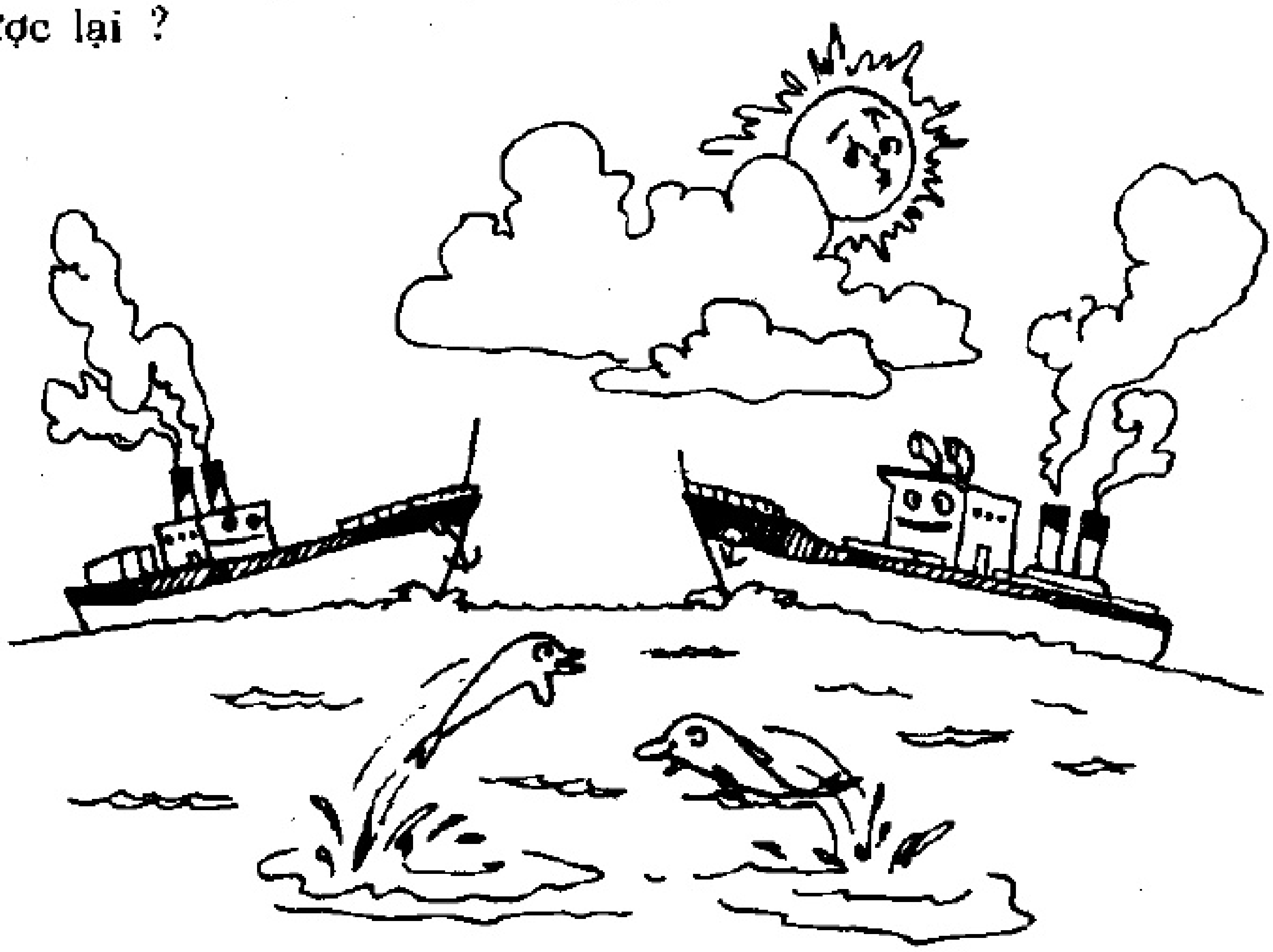
LIUCA "THỬ TÀI" CÁC NHÀ TOÁN HỌC

Ta đã có dịp nói đến Liuca nhà toán học Pháp thế kỉ 19, người đã xác minh rằng $2^{127} - 1$ là số nguyên tố (số này giữ kỉ lục số nguyên tố lớn nhất trong 75 năm) và cũng chính là người tìm ra số hoàn chỉnh thứ 12.

Nhà toán học Pháp Logrăngđrơ có kể lại (và cam đoan là không có bịa đặt !) một câu chuyện về Liuca.

Trong một hội nghị khoa học gồm có nhiều nhà toán học của nhiều nước khác nhau, sau bữa cơm, Liuca có ra cho mọi người một bài toán đố vui vui như sau :

Hàng ngày vào giữa trưa có một con tàu đi từ Gavơra đến Niu-Óoc, và cũng vào chính thời điểm này có một con tàu đi từ Niu-Oóc đến Gavơra. Thời gian đi từ bến này đến bến nọ là đúng 7 ngày, không hơn không kém. Vậy một con tàu đi từ bến này đến bến nọ có mấy lần gặp con tàu khác đi theo chiều ngược lại ?



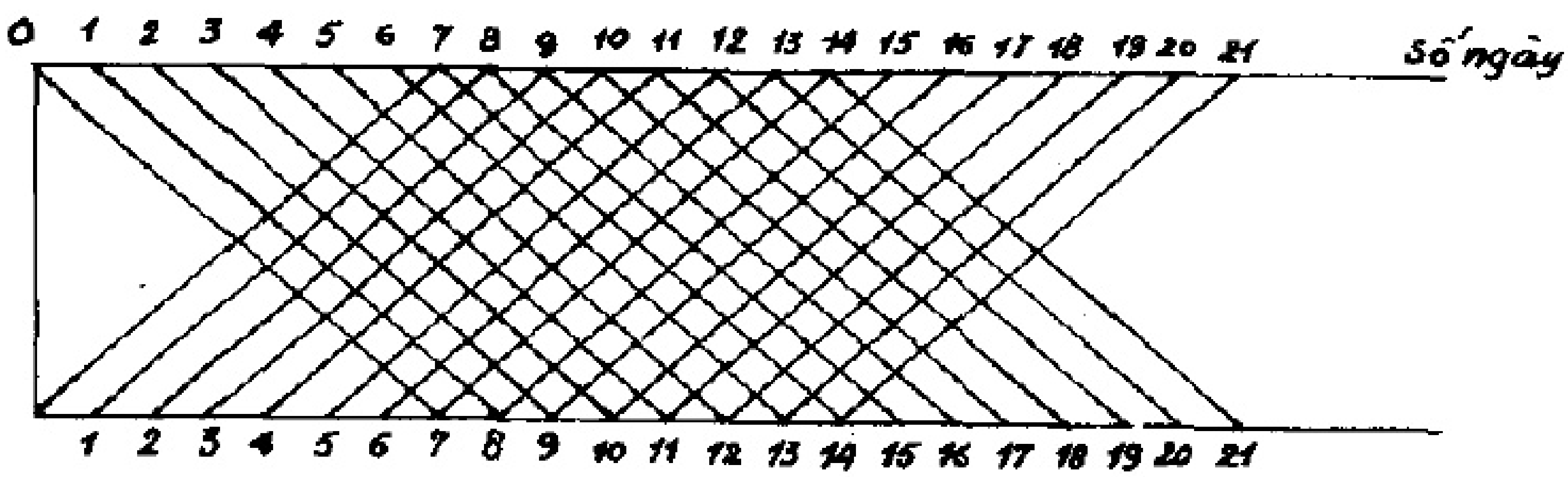
Vì muốn trả lời nhanh (cho oai ! vì sĩ diện) nên có nhà toán học cho đáp số là 7 :

Đáp số này *mới* nghe thấy cũng có lí, vì cứ 7 ngày thì con tàu thực hiện được một chuyến đi từ bến này đến bến kia, trong 7 ngày đó có 7 chuyến ngược lại...

Nhưng... đáp số đó là sai vì người giải đã quên rằng một ngày trước đó, hai ngày trước đó, ba ngày trước đó... cũng có chuyến đi ngược lại.

Đáp số đúng là 15.

Các bạn cứ nhìn vào lời giải bằng đồ thị sau đây sẽ rõ .



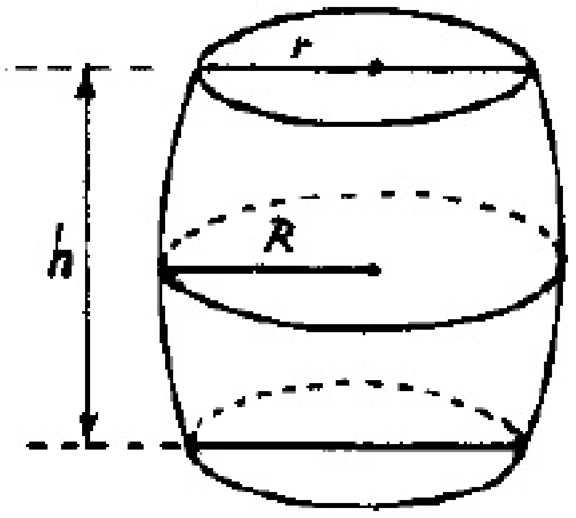
Trên đoạn AB (biểu diễn đường đi của con tàu) có tất cả 15 "nút" biểu thị cho chỗ gặp nhau giữa 2 con tàu.

Tất nhiên có thể giải bài này bằng số học để thấy rằng cứ 12 giờ thì hai tàu gặp nhau một lần.

MAIN RIĐƠ VÀ CHÚ BÉ THỦY THỦ THÔNG MINH

Trong tiểu thuyết "Chú bé thủy thủ" của Main Riđơ có kể về một cậu bé say mê những cuộc phiêu lưu ngoài biển cả, do không có tiền nên phải trốn vào hầm tàu để được đi đây đó. Cậu ta phải sống trong hầm tàu tối đen trong suốt cuộc hành trình. Cậu sống giữa các kiện hàng, thùng đựng nước,và may quá, có cả thùng đựng đường nữa. Như vậy là có đủ thức ăn rồi, nhưng nước uống thì phải hạn chế đến mức tối đa. Cậu phải tìm cách tính xem nước trong thùng là bao nhiêu để phân phối cho đủ uống suốt cuộc đi. Tính thể tích nước trong thùng trong cảnh tối om, không một cái thước, không một sợi dây, chẳng khác nào trò chơi bịt mắt bắt dê.

Nhưng nhờ trí thông minh, kiến thức toán học khá vững chắc và nhất là đầu óc tháo vát, đầy sáng kiến, cậu bé đã tính được gần đúng lượng nước trong thùng.



Thùng đựng nước giống hình hai nón cụt úp nhau, có dạng thùng đựng rượu bằng gỗ, phình ra ở giữa, miệng và đáy tròn, ràng bằng thừng rất chắc.

Trong hầm tối đen như mực cậu lò mò tìm các thanh gỗ, nối nhau bằng dây buộc giày, đo R, r, h, so sánh chúng với chiều cao của thân mình để tính thể tích thùng nước theo công thức :

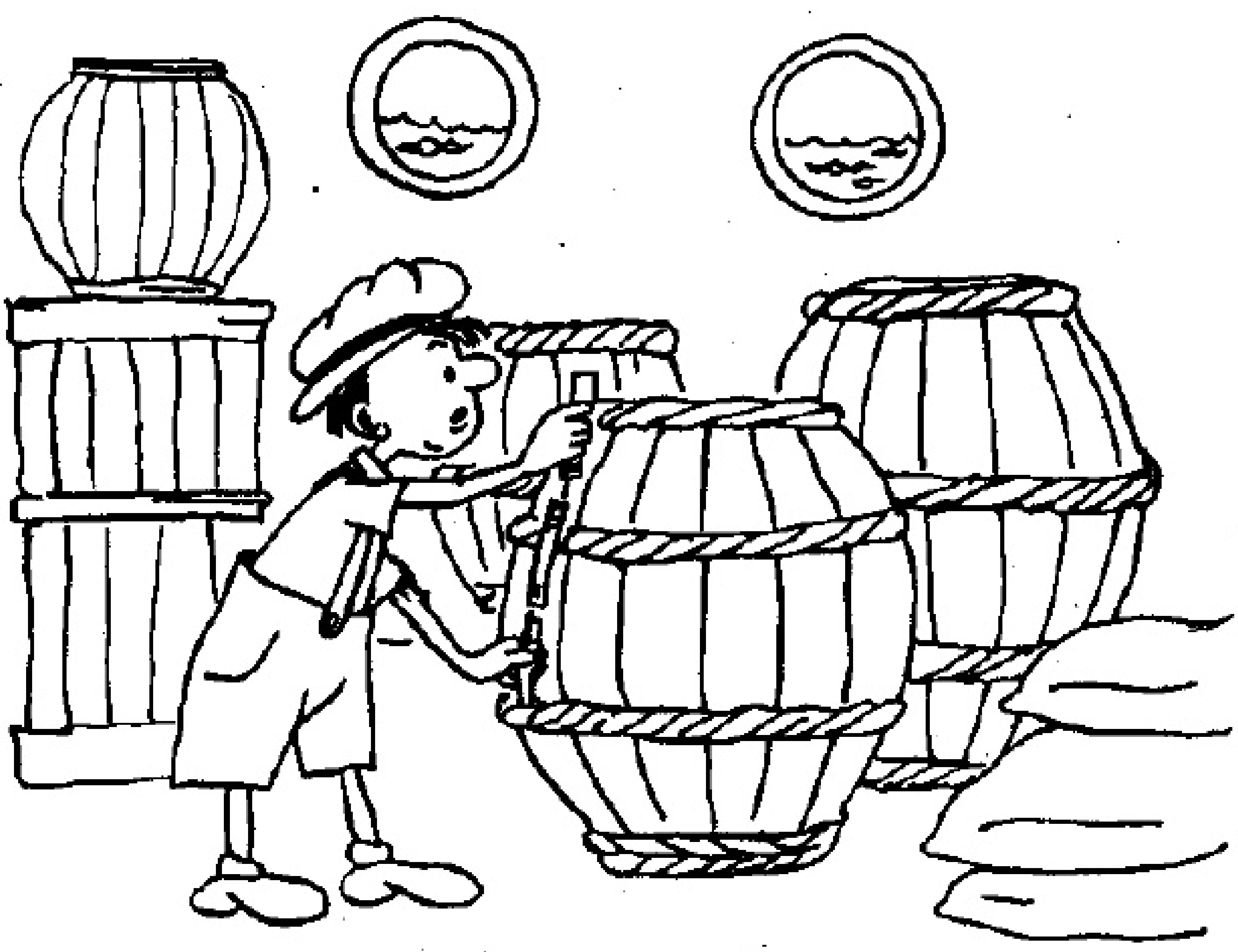
$$V = \pi\left(\frac{R + r}{2}\right)^2 h$$

Công thức này không đúng vì công thức tính thể tích nón cụt là :

$$V = \frac{\pi h}{3}\left(R^2 + r^2 + Rr\right).$$

Sai số là $\frac{\pi h}{12}(R - r)^2$.

Hơn nữa "hình thùng rượu" có mặt bên cong, do đó sai số càng lớn hơn. Nhưng cũng may, thường thì $R - r < \frac{R}{5}$ nên sai số cũng chấp nhận được, nghĩa là cậu bé cũng tính được gần đúng thể tích nước.



Nhân đây cũng nói rằng "bài toán tính thể tích thùng rượu" là bài toán khó. Từ thế kỉ 17 nhà thiên văn học Đức Kêple (Képler) đã suy nghĩ về bài toán này. Ông có để lại một công trình đặc biệt về phương pháp tính thể tích thùng rượu một cách gần đúng. Về lí thuyết, công thức tính thể tích chính xác bằng cách đo các kích thước hình học vẫn chưa tìm ra.

Ở miền Nam nước Pháp người ta dùng công thức tính gần đúng : V = 3, 2hRr, và thực tế cho thấy rằng công thức này cho kết quả khá chính xác.

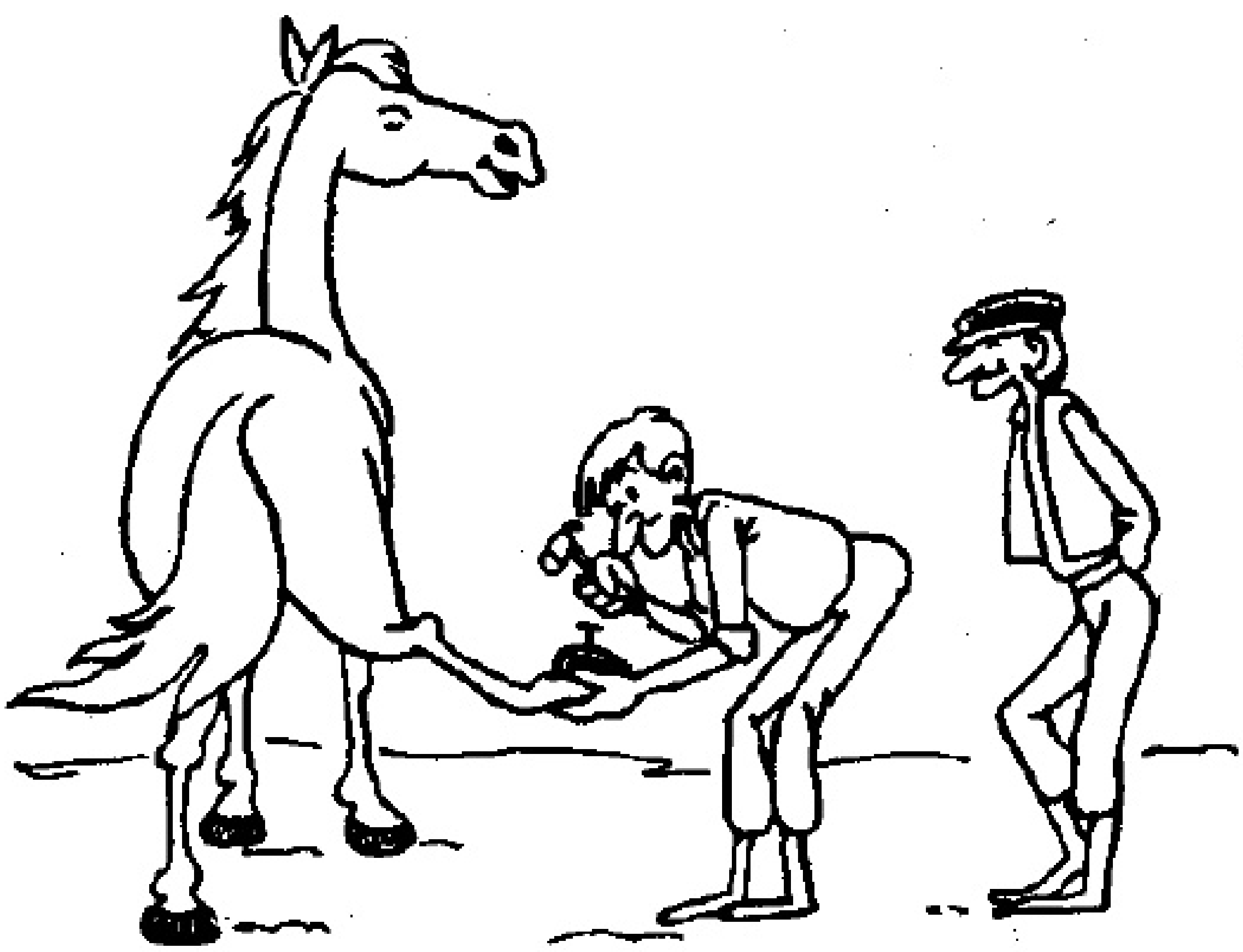
BÀI TOÁN MUA NGỰA

Trong một cuốn sách số học cũ của Nga do Manhitxki viết có bài toán :

Có một người bán một con ngựa với giá 156 rúp. Người mua ngựa kêu là đắt quá, không thể mua nổi với giá đó.

Người bán ngựa vui vẻ và ngọt ngào thuyết phục :

Thưa ông, nếu giá ngựa như thế mà ông cho là cao quá thì ông chỉ mua đinh đóng móng ngựa thôi, còn ngựa thì tôi biếu không cho ông.



Mỗi móng ngựa có 6 đinh. Cái đinh thứ nhất giá $\frac{1}{4}$ copêch, đinh thứ hai giá $\frac{1}{2}$ copêch, đinh thứ ba giá 1 copêch, nghĩa là cứ nhân đôi lên, cho đến đinh thứ 24.

Như vậy thì chắc ông vui lòng.

Người mua ngựa cho rằng như vậy là giá hời, xem như được lấy không con ngựa, đồng ý chấp nhận cách tính đó.

Hỏi ông ta phải trả bao nhiêu ?

Dễ thấy rằng số tiền S phải trả là tổng các số hạng của cấp số nhân

$$S = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \dots + 2^{24-3}$$

$$= \frac{2^{21} \cdot 2 - \frac{1}{4}}{2 - 1} = 4194303\,\frac{3}{4} \text{ copêch}$$

tức gần 42 ngàn rúp.

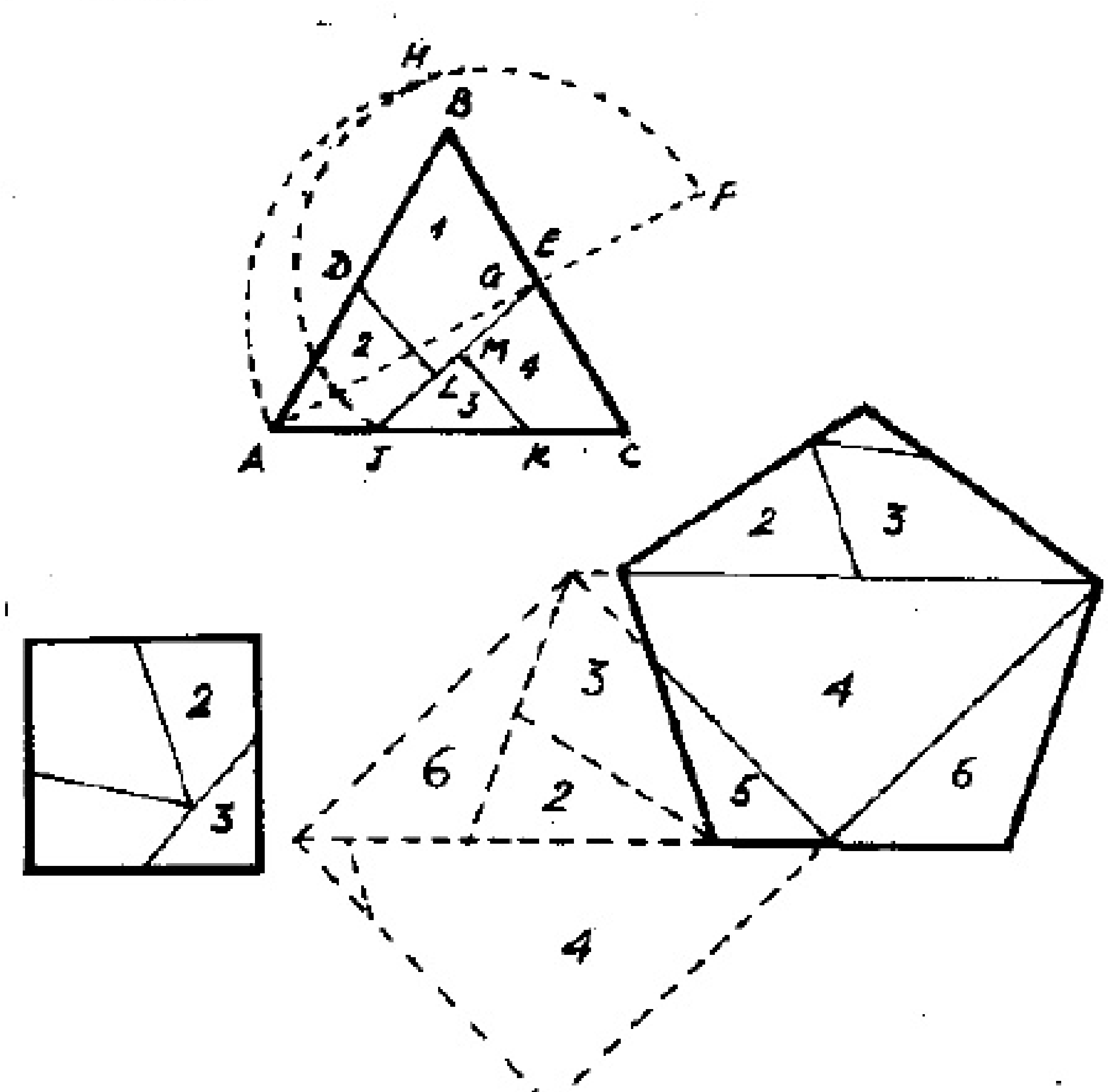
Kết cục việc này như thế nào chắc bạn đọc cũng hình dung được.

BÀI TOÁN CHẮP HÌNH HIỂM HÓC CỦA T. E. ĐUĐƠNÂY

T. E. Đuđơnây là nhà sáng tạo "trò chơi toán học" người Anh, năm 1907 có xuất bản một cuốn sách trong đó có nhiều bài toán đố hiểm hóc. Để giải các bài toán đó, không cần trang bị gì thêm về toán học hiện đại mà chỉ cần một số kiến thức toán sơ cấp tối thiểu, cộng với đầu óc nhạy cảm, sự kiên trì. Loại toán này có tác dụng như một môn "thể thao trí tuệ" lành mạnh, nhưng cũng có những bài khá hiểm hóc.

Sau đây là hai bài độc đáo, chỉ cần kiến thức hình học không quá lớp 6.

1) Cắt một tam giác đều thành 4 mảnh sao cho ghép lại được thành hình vuông.



2) Cắt một lục giác đều thành 6 mảnh sao cho ghép lại được thành hình vuông.

Lời giải được cho ở hình trên Nhìn lời giải cũng khó mà hiểu được Đuđơnây đã sáng tác các bài toán này như thế nào.

PHƯƠNG TRÌNH "EM VỢ ÔNG ẤY = CẬU CHỒNG TÔI"

Giáo sư Tạ Quang Bửu, nhà khoa học Việt Nam nổi tiếng, khi còn sống tuy bận nhiều về công tác lãnh đạo vẫn dành nhiều thời giờ nghiên cứu khoa học và bồi dưỡng cán bộ. Giáo sự rất thích giảng dạy, xem lên lớp như một niềm vui không thể thay thế được. Trong khi giảng dạy, giáo sư thường dùng những ví dụ vui, dễ hiểu, rất sâu sắc, để minh họa các khái niệm.

Trong một lớp học bồi dưỡng về lôgic, giáo sư ra cho cả lớp một bài toán vui như sau : Bà A cùng đi với một cụ già đến gặp ông B. Ông B hỏi bà A "Cụ già ấy là ai ? "Bà A trả lời : "Em vợ ông ấy là cậu chồng tôi". Hỏi cụ già ấy có quan hệ như thế nào với bà A.

Cả lớp đang suy nghĩ thì giáo sư đã vui vẻ nói : Bài này có thể giải bằng phương trình lôgic.

Mọi người chưa kịp hiểu thì giáo sư đã cầm phấn viết lên bảng :

Em vợ ông ấy = cậu chồng tôi, viết cho ngắn gọn là

E.V.Ô = C. Chồng. T

Thay cậu bằng Em mẹ (E.M) ta có E.V.Ô = E.M. Chồng. T

Lại thay mẹ bằng vợ cha (V. cha) ở vế phải ta có

E.V.Ô = E.V.Cha.Chồng.T

Ước lược hai vế cho E.V. ta có

Ô = cha.chồng.T. tức ông ấy là cha chồng tôi.

Đúng quá rồi ! Vợ ông ấy là Mẹ chồng bà A, vậy Em vợ ông ấy là cậu chồng bà A.

Vấn đề đặt ra là tại sao bài toán này có thể đặt thành phương trình. Mà lại còn ước lượng hai vế cho "Em Vợ" nữa !

ĐÔI MẮT THẦN CỦA MENĐÊLÊÉP

Nhà khoa học vĩ đại Nga Menđêlêép, tác giả "Bảng hệ thống tuần hoàn Menđêlêép" nổi tiếng, đã sắp xếp toàn bộ các nguyên tố cấu tạo nên vật chất vào trong một bảng gọn gàng, xinh xắn...



Vào thời ông, ngoài những nguyên tố đã biết được sắp xếp vào những ô thích hợp dành cho chúng, ông còn tiên đoán những nguyên tố chưa biết để đặt vào nhưng ô còn trống. Những nguyên tố chưa biết đó được tìm ra bằng con đường suy luận toán học, bằng nghiên cứu tương quan định lượng các nguyên tố.

Năm 1871 ông đã mô tả cặn kẽ các tính chất của ba nguyên tố chưa biết. Ông gọi đó là êkabo, êkanhôm và êkasilic.

Mãi tới 15 năm sau người ta mới tìm ra những nguyên tố đó : êkanhôm phát hiện được ở Pháp năm 1875 và được đặt tên

là gali ; năm 1879 người ta tìm ra êkabo ở Thụy Điển và gọi là scanđi ; êkasilic tìm được ở Đức năm 1886 và gọi là giecmani.

Bằng phương pháp toán học Menđêlêép đã sáng tạo ra các nguyên tố "trên đầu ngọn bút". Toán học đã trang bị cho ông đôi mắt thần nhìn xuyên qua vật chất...

HÀN TÍN ĐIỂM BINH

Hàn Tín là người huyện Hoài Âm, tỉnh Giang tây, sinh vào khoảng 200 năm trước công lịch, thời nhà Tiền Hán bên Trung Quốc.

Ông là một viên tướng có tài giúp nhà Hán làm nên sự nghiệp vẻ vang. Ông chính là người đã làm cho Hạng Võ phải tự vẫn ở Ô Giang.

Ông bị xử trảm vì có kẻ xiểm nịnh vu cáo ông về tội phản nghịch. Nói đến Hàn Tín là nói đến sự tích "bát cơm Xiếu Mẫu", tượng trưng cho đức tính thủy chung, biết ơn những người đã giúp đỡ mình trong lúc hoạn nạn, khó khăn.

Hai "bài toán điểm binh" sau đây gắn liền với tên ông, là hai bài toán nổi tiếng, lưu truyền từ mấy chục thế kỉ nay.

Ở nước ta, người đầu tiên giới thiệu bài toán này là Giáo sư Hoàng Xuân Hãn.

Bài toán thứ nhất :

Một đội quân ước khoảng 300 người. Cho họ xếp hàng ba, hàng năm, rồi hàng bảy. Cứ sau mỗi lần xếp hàng thì đếm số người dư (nếu không có người còn dư thì xem như số dư là 0). Dựa vào các số dư đó, hãy cho biết xem số quân sẽ là bao nhiêu.

Hàn Tín đã sáng tác bài thơ sau đây nhằm đề ra cách giải bài toán trên :

Tam nhân đồng hành, thất thập suy
Ngũ thụ mai hoa, chấp nhất chi
Thất tử đào viên thụ bán nguyệt
Trừ bách, trừ ngũ định vi kì.

Tạm dịch là

Ba người cùng đi, bảy mươi nhóm
Năm cây bông mai, hai mươi mốt cành
Vườn đào bảy kẻ, rằm mùa thu
Bớt trăm, trừ năm việc ấy thành.

Bài toán thứ hai :

Một đội quân ước khoảng 2000 người. Cho họ xếp hàng năm, hàng chín, rồi hàng mười một. Sau mỗi lần xếp hàng ta đếm số người dư dôi ra. Dựa vào số người dư đó tìm số quân sĩ là bao nhiêu.

Để giải bài này Hàn Tín đưa ra bốn câu thơ :

Ngũ quỷ tùng tam cửu lục suy
Cửu động tiên long, ngũ ngũ trì
Nhất nhất trùng quan thu tứ ngũ
Cộng tứ cửu ngũ định vi kì.

Tạm dịch là

Năm quỷ suy từ ba, chín, sáu (396)
Chín động tiên rồng, năm năm ao (55)
Mười một phục hồi thu bốn, năm (45)
Cộng bốn, chín, năm (495) việc ấy rành.

Cách giải bài toán thứ nhất

Trước hết ta cần đưa ra một số kiến thức số học về phép chia các số nguyên.

Lấy X chia cho 3, 5, 7 ta có các đẳng thức

$$X = 3k_1 + a \quad (1) \quad (a < 3)$$
$$X = 5k_2 + b \quad (2) \quad (b < 5)$$
$$X = 7k_3 + c \quad (3) \quad (c < 7)$$

Nhân hai vế của (1) cho 5 × 7 × 2, nhân hai vế của (2) cho 3 × 7, nhân hai vế của (3) cho 3 × 5, ta có :

$$70X = 105\,(2k_1) + 70a \quad (4)$$
$$21X = 105\,k_2 + 21b \quad (5)$$
$$15X = 105\,k_3 + 15c \quad (6)$$

Cộng (4), (5), (6) vế với vế ta có

$$106X = \underbrace{(2k_1 + k_2 + k_3)}_{l \in Z} 105 + 70a + 21b + 15c$$

Suy ra

$$X + 105X = 105l + 70a + 21b + 15c$$

Cuối cùng ta có (khi đặt $l - X = k$)

$$\boxed{X = k105 + 70a + 21b + 15c} \qquad (7)$$

Đây là "công thức chìa khóa" mà Hàn Tín nói đến trong bài thơ thứ nhất.

Thật vậy đứng về phương diện thi tứ thì bốn câu trên vô nghĩa ! Nó chỉ có một giá trị thông tin ở các cặp số (3 ; 70) ; (5 ; 21) ; (7 ; 15) ; (100 ; 5) nhưng rõ ràng các con số đó có liên quan đến việc thiết lập "công thức chìa khóa" (7).

a, b, c trong (7) có thể là bao nhiêu ?

Từ (1), (2), (3) suy ra các giá trị có thể có của a, b, c :

a = 0, 1, 2 (3 giá trị) ; b = 0, 1, 2, 3, 4 (5 giá trị)

c = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 (7 giá trị)

Với mỗi giá trị của a thì có thể có 5 giá trị của b. Với mỗi cặp giá trị của a, b thì có thể có 7 giá trị của c.

Vậy số bộ 3 giá trị của (a, b, c) là $3 \times 5 \times 7 = 105$ bộ

Bây giờ ta áp dụng "công thức chìa khóa" để giải bài toán thứ nhất. Khi áp dụng phải chú ý điều chỉnh bội số của 105 (tức k 105) sao cho phù hợp với giả thiết.

Giả sử khi xếp hàng ba, năm, bảy số dư tương ứng là 2 ; 1 ; 6 (tức là a = 2, b = 1, c = 6) và số quân sĩ xấp xỉ 300 thì X = 293 (ứng với k = 0).

(Tương tự như vậy, với a = 2 ; b = 1 ; c = 6 và số quân sĩ xấp xỉ 100 thì X = 83, ứng với k = – 2, tức là bớt đi hai lần 105 trong công thức (7))

Với cách giải này rõ ràng khi biết các số dư a, b, c chưa đủ để xác định X. Phải biết ước lượng (ít nhất bằng mắt) để biết số quân khoảng bao nhiêu, sai số không quá 100.

Đó là một chỗ khó cho Hàn Tín. Có lẽ vì lí do đó mà ông ta đề ra bài toán thứ hai.

Cách giải bài toán thứ hai :

Bài thơ cho ta các cặp số (5 ; 396) ; (9 ; 55) ; (11 ; 45) và số 495.

Gọi Y là số quân ta có :

$$Y = 5k_1 + s \Rightarrow 396Y = 495(4k_1) + 396s \quad (s < 5)$$

$$Y = 9k_2 + t \Rightarrow 55Y = 495k_2 + 55t \quad (t < 9)$$

$$Y = 11k_3 + u \Rightarrow 45Y = 495k_3 + 45u \quad (u < 11)$$

Từ đó suy ra công thức

$$\boxed{Y = k\,495 + 396s + 55t + 45u}$$

Giả sử quân số khoảng 2000 người, cho sắp hàng năm, hàng chín, hàng mười một có số dư tương ứng là 2, 4, 10 ta có

$$Y = k.495 + 792 + 220 + 450$$

$$k = 0 \Rightarrow Y = 1462$$

$$k = 1 \Rightarrow Y = 1957$$

$$k = 2 \Rightarrow Y = 2452$$

Vậy Y = 1957 là đáp số phải tìm.

Dĩ nhiên muốn áp dụng công thức tìm Y phải có con mắt ước lượng, phân biệt được nhóm 500 người, 1000 người, 1500 người v.v...

BÀI THƠ TOÁN VỀ ĐÀN ONG

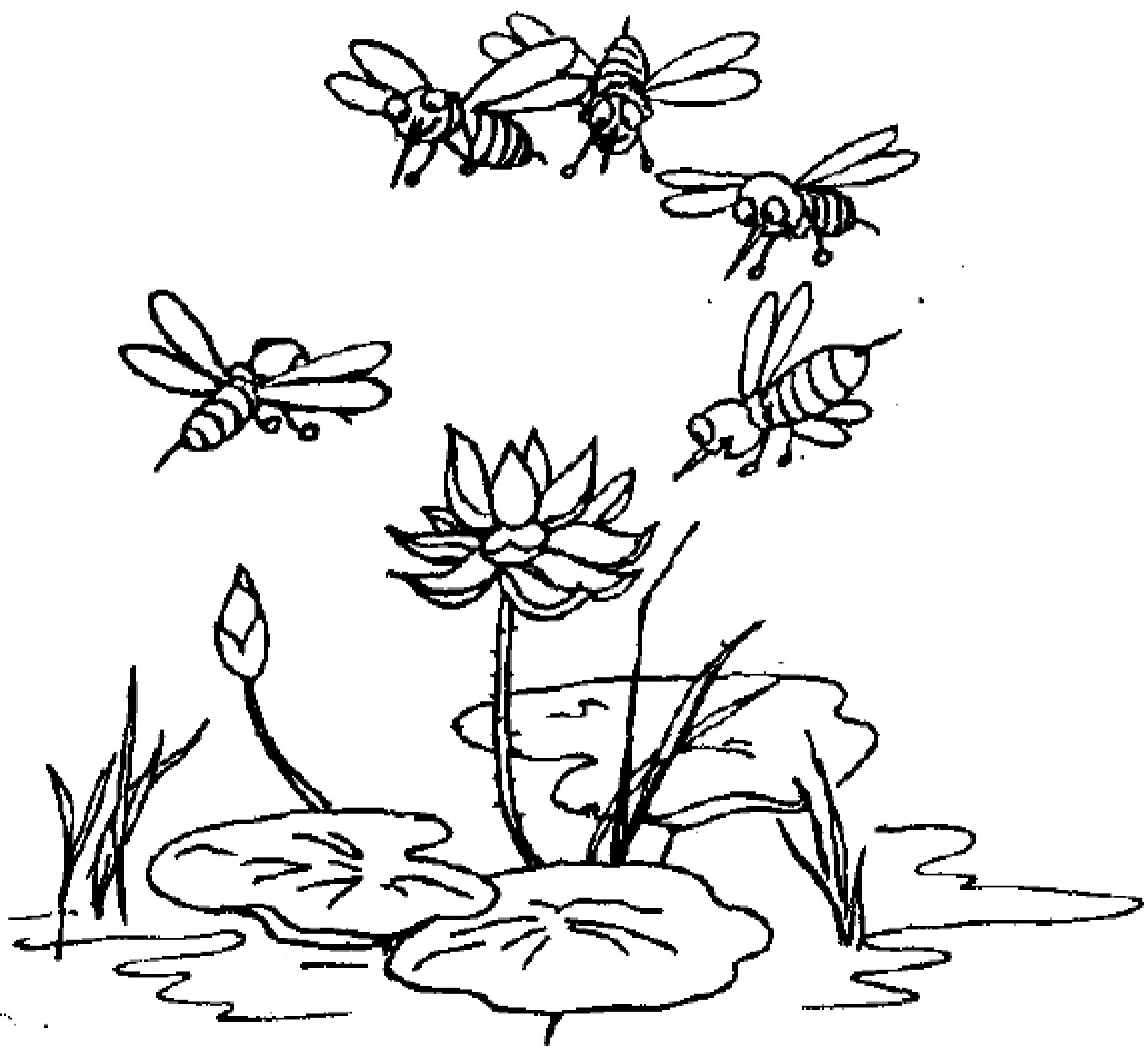
Ở Ấn Độ thời cổ có một môn thi đấu độc đáo rất phát triển. Đó là các cuộc thi công khai giải các bài toán khó. Những sách hướng dẫn toán học đóng vai trò sách giáo khoa cho các cuộc thi đó.

Một soạn giả đã viết bằng thơ (vì cả cuốn sách được viết bằng thơ) :

"Cũng như Mặt trời làm lu mờ những ngôi sao bằng ánh sáng rực rỡ của mình, con người thông thái bằng việc đề xuất và giải các bài toán đại số, sẽ làm lu mờ tiếng tăm của người khác trong các cuộc hội họp quần chúng"

Sau đây ta "văn xuôi hóa" một "bài thơ toán" của Ấn Độ thời cổ :

"Một số ong bằng căn bậc hai của một nửa toàn bộ đàn ong đậu trên bụi hoa nhài, đằng sau đó là 8/9 đàn ong. Chỉ có một chú ong cùng tổ lượn vòng quanh một đóa hoa sen, bị cuốn hút bởi tiếng vo vo của người tình, đã không thận trọng rơi vào cạm bẫy của bông hoa thơm ngát. Hỏi có bao nhiêu con ong trong đàn ?"



Nếu gọi số ong là x thì ta có :

$$\sqrt{\frac{x}{2}} + \left(\frac{8}{9}\right) x + 2 = 2 \text{ (x nguyên dương)}$$

Đặt $y = \sqrt{\frac{x}{2}} > 0$ ta có $2y^2 - 9y - 18 = 0$

Giải ra có $y_1 = 6$, $y_2 = -3/2$ (loại)

Từ $y_1 = 6$ suy ra $x_1 = 72$, $x_2 = 4,5$ (loại)

Vậy đàn ong có 72 con.

SỐ π, CÂU CHUYỆN KHÔNG BAO GIỜ CŨ

Câu chuyện về số π đã được nói quá nhiều rồi, ai cũng biết....

Nhưng tác giả không thể bỏ qua được vì tính lịch sử của nó. Nói ngắn gọn, số π là số phải nhân với đường kính để có chu vi đường tròn.

Từ mấy nghìn năm trước công nguyên con người đã thấy rằng giữa đường kính và chu vi đường tròn có một cái gì đó ràng buộc, không đổi, và qua nhiều lần kiểm nghiệm trong thực tế người ta thấy chu vi đường tròn khoảng gấp 3 lần đường kính.

Người Ai Cập cổ đại cho rằng $\pi = 3,16$

Người La Mã lấy $\pi = 3,12$

Người Babilon lấy $\pi = 3\frac{1}{8} \approx 3,125$

Acsimet bằng lí luận tính được $\pi \approx 3\frac{1}{7}$

Trương Hành người Trung Quốc ở thế kỉ thứ 2 lấy $\pi = \sqrt{10} \approx 3,162$

Thế kỉ thứ 5, Tổ Xung Chi lấy $\pi \approx 3,1415926$

Ở Việt Nam ta, các cụ dùng quy tắc : quân bát, phát tam, tồn ngũ , quân nhị

Theo đó $\pi = \frac{16}{5} = 3,2$

Trong cuốn "Đại số học" của nhà toán học Ai Cập cổ đại

Mahomet Ben Muz cũng lấy $\pi \approx 3\frac{1}{7}$ và theo ông "phương pháp tốt nhất (tức số π chính xác nhất - TG) chỉ có Trời biết !"

Đến năm 1882 Linđơman nhà toán học Đức đã chứng minh được π là số vô tỉ và hơn nữa là số siêu việt, không thể biểu diễn bằng số thập phân vô hạn tuần hoàn (số thập phân hữu hạn xem như số thập phân vô hạn tuần hoàn với chu kì 0).

Thế kỉ 16, nhà toán học Ludônphơ ở Leiden tính được số π với 35 chữ số thập phân và đề nghị khắc giá trị này lên mộ của ông.

Năm 1873, Senkx công bố giá trị của π với 707 chữ số thập phân. Cái "mốt" chạy maratông bằng chữ số thập phân của π lan qua Fechuson (ở Đại học Mansextơ, năm 1946 - 1947) và độc lập với ông ta là Rench (ở Oasinhtơn) đã tính π đến 808 chữ số thập phân. Người ta phát hiện ra số π của Senkx sai kể từ chữ số 528.

Năm 1949 bằng máy tính, người ta đã tính được π với 1120 chữ số thập phân.

Tháng 7/1961 tính được số π với 100625 chữ số thập phân (máy tính làm việc trong 8 giờ 43 phút)

Năm 1974, ở Pháp đã tính được π với một triệu chữ số thập phân.

Thế kỉ 18, Buyphông, nhà khoa học Pháp đã dựa trên cơ sở của lí thuyết xác xuất, dùng "phương pháp thả kim" để tính π :

Buyphông thả rơi nhiều lần một cây kim có độ dài a, xuống mặt sàn gỗ có vạch các đường song song cách nhau đúng bằng a. Gấp đôi số lần thả kim chia cho số lần kim nằm trên một đường vạch, ta được giá trị gần đúng của π

Càng thả nhiều lần, số π thu được càng chính xác.

Năm 1901 Laderini thả 3407 lần và tính được $\pi \approx 3,1415929$

Để nhớ phần thập phân của π, trong ngôn ngữ các dân tộc, đã có người sáng tác thơ về số π.

Sau đây là vài bài thơ :

a) Tiếng Anh

See I have a rhyme assisting
My feable brain, its tasks ofttimes resisting.

b) Tiếng Pháp

Que j'aime à faire apprendre un nombre utile aux sages
Immortel Archimède, sublime ingénieur,
Qui de ton jugement peut sonder la valeur ?
Pour moi ton problème eut de pareils avantages

c) Tiếng Việt (của Vũ Hữu Bình)

"Một ý nghĩ ý tưởng trong - sáng là phương hướng cho nhiều hành - động cao - thượng".

Kí hiệu π được nhà toán học Anh đưa ra năm 1706 và đến năm 1736 Ơle đã chính thức dùng chữ π biểu thị tỉ lệ giữa chu vi và đường kính của đường tròn.

Một câu chuyện vui về số π :

Ngày 29-6-1976, một thanh niên Canađa 17 tuổi tên là G.Thom đã biểu diễn viết thuộc lòng 4005 chữ số thập phân của π trong 58 phút. Nhưng kiểm tra lại, thấy sai một chữ số, chữ số thứ 3971.

XIN ĐỪNG THỬ SỨC GALOA

Khi viết tiểu sử nhà toán học trẻ thiên tài Galoa người ta thường thích kể câu chuyện sau đây :

"... Lúc ấy Galoa đang học ở Trường Bách khoa. Lơrua, giảng viên của trường, khi bước vào lớp đã tuyên bố với các học sinh là ông đã biết một kết quả rất hay về lí thuyết các phương trình đại số mà Stuôcmơ đã thu được, nhưng ông ta không thể thông báo tỉ mỉ, vì bài báo vẫn chưa được in ra.

Cả lớp chăm chú lắng nghe, riêng Galoa vẫn giữ thái độ lạnh lùng, trên môi nở một nụ cười có vẻ chế giễu.

– Galoa - thầy giáo hỏi - Anh cảm thấy kết quả này là tầm thường hay sao ? Anh cũng biết cách chứng minh nó chăng ?

Galoa lẳng lặng đứng dậy bước lên bảng, cầm phấn viết. Thế là từ dòng này đến dòng khác lần lượt tuôn ra trên bảng trong niềm cảm phục của Lơrua và cả lớp.

Các định lí, quy tắc liên quan đến lí thuyết các phương trình đại số được trình bày chặt chẽ, sáng sủa, với một tốc độ chớp nhoáng.

Viết xong, Galoa lại lẳng lặng về chỗ ngồi".

Lúc đó Galoa mới 18 tuổi !

BẦY KHỈ MẤY CON ?

Sau đây là một bài toán cổ dân gian Ấn Độ viết dưới hình thức thơ do Lêbêđep sưu tầm, in trong cuốn "Ai đã sáng tạo ra đại số ?"



Bầy khỉ vui đùa
Chia làm hai nhóm
Bình phương một phần tám (đàn)
Nhảy nhót tưng bừng
Còn lại mười hai (con)
Kêu hét inh tai
Bạn thử đoán xem
Bao nhiêu tất cả.

Gọi số lượng bầy khỉ là x (x nguyên dương).

Ta có : $\left(\frac{x}{8}\right)^2 + 12 = x$.

Giải ra có : $x_1 = 16$, $x_2 = 48$.

Hai đáp số đều chấp nhận được.

HỒ SÂU BAO NHIÊU ?

G. Longphelô là một nhà toán học và cũng là một nhà thơ.

Ông chủ trương "thơ hóa" các mệnh đề toán để người đọc thấy thú vị. Và điều đó, theo ông, hoàn toàn có thể làm được.

Longphelô đã đưa vào cuốn tiểu thuyết "Cavanăc" của mình bài thơ về "cây hoa súng" mà thực chất là một bài toán có nội dung như sau : Một cây hoa súng cao hơn 1 gang so với mặt nước, khi có gió nhẹ hoa đã chạm mặt hồ ở một điểm cách chỗ cũ 2 khuỷu (mỗi khuỷu bằng 2 gang). Hồ sâu bao nhiêu ?

Sau đây là một bài "thơ toán" khác.

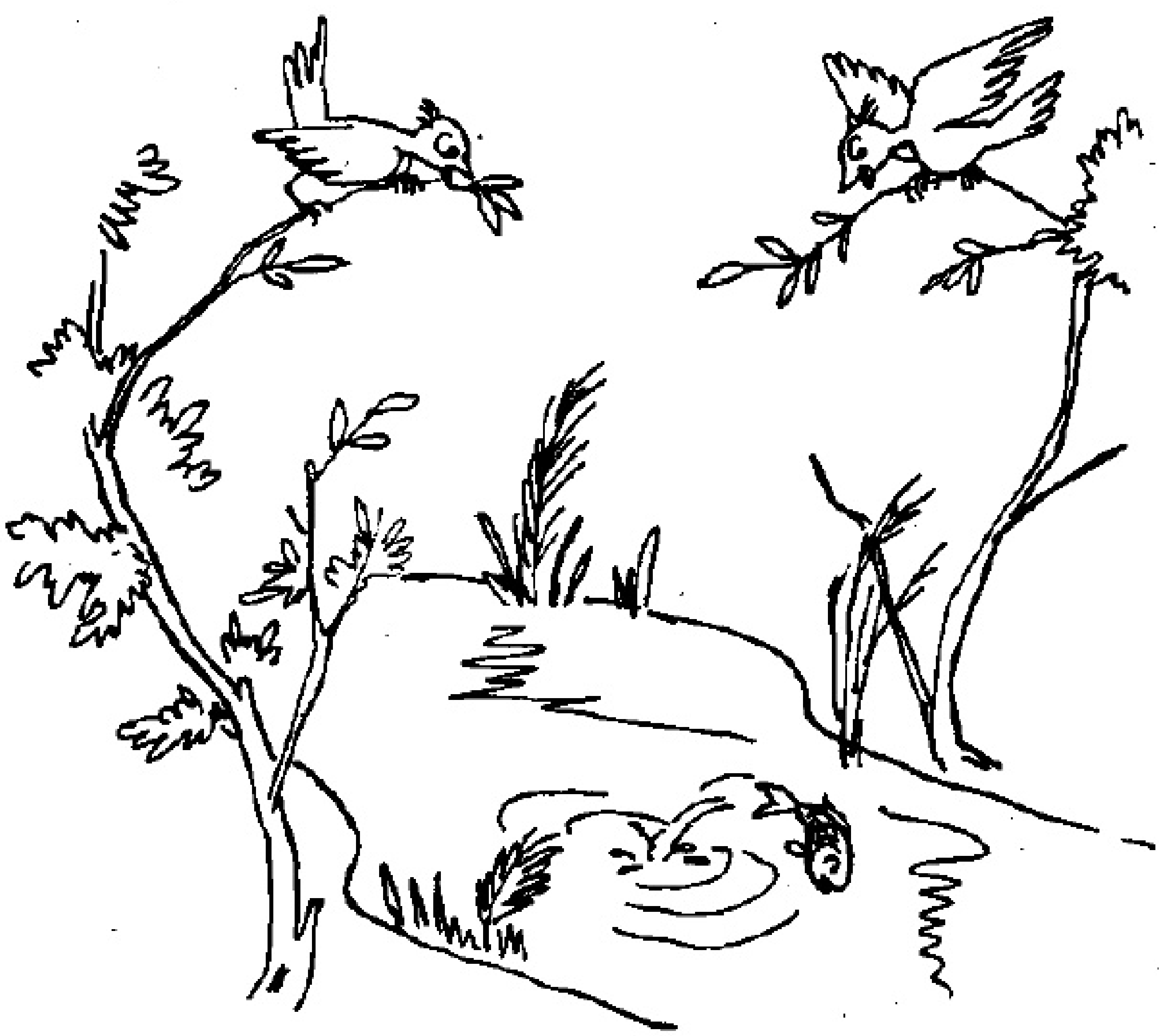
Lại giả sử hoa súng cao hơn mặt nước 10 insơ, làm cho nó nghiêng về một phía, thì nó sẽ biến mất dưới nước ở một điểm cách chỗ cũ 21 insơ. Hồ sâu bao nhiêu ?

Dùng định lí Pitago để giải bài này ta thấy hồ sâu 17,05 insơ.

HAI CON CHIM BÊN BỜ SÔNG

Một nhà toán học Arập thế kỉ 11 đã ra bài toán sau đây :

"Hai cây cọ mọc đối diện nhau ở hai bên bờ sông. Một cây cao 30 khuỷu tay, cây kia cao 20 khuỷu tay, khoảng cách giữa hai gốc cây là 50 khuỷu tay. Trên đỉnh mỗi cây có một con chim.



Bỗng nhiên cả hai con chim đều nhìn thấy một con cá bơi trên mặt nước giữa hai cây ; chúng cùng bổ nhào xuống con cá và cùng đến đích một lúc. Hỏi khoảng cách từ gốc cây cao hơn đến con cá là bao nhiêu ?".

Đây là bài toán cổ mang màu sắc "dân gian" có chim, có cá, có cây, có nước, gắn liền với đời sống hàng ngày của người lao động trong khung cảnh thiên nhiên.

Từ hình vẽ có :

$$AB^2 = 30^2 + x^2 \ ; \ AC^2 = 20^2 + (50 - x)^2$$

Nhưng AB = AC vì hai con chim bay những khoảng cách đó với thời gian bằng nhau. Do đó.

$$30^2 + x^2 = 20^2 + (50 - x)^2$$

Từ đó suy ra x = 20

Từ bài toán cổ này ta thấy định lí Pitago quả thật là một định lí "dân gian".

HOÀNG ĐẾ IP ANCUDƠ CÂN VÀNG



Theo một quy định từ trước, 12 phó vương triều cống cho Hoàng đế Ip Ancudơ xứ Quasiababia 12 bao tiền vàng. Nhưng ngay sau đó Hoàng đế được tin mật là trong 12 bao vàng có một bao chỉ gồm có đồng tiền vàng 15 phân thay vì 16 phân. Hoàng đế nổi giận, muốn tìm ra bao vàng đó để trừng trị vị phó vương hỗn láo. Nhưng không có chiếc cân nào đủ chính xác để phát hiện được. May quá, có một thần dân dâng vua một chiếc cân đặc biệt có thể khám phá được mọi sự thiếu chính xác, nhưng cân này chỉ dùng được có một lần duy nhất. Vậy nhà vua phải cân cách nào đây ?

Chú ý là trên mỗi bao vàng đều có tên của vị phó vương chủ nhân. Cách cân sau đây thỏa mãn ý của vua :

Trong bao thứ 1 lấy 1 đồng, bao thứ 2 lấy 2 đồng..., trong bao thứ 12 lấy 12 đồng. Vậy tất cả đã lấy ra 78 đồng. Đem cân 78 đồng đó, nếu đủ 78 chỉ (mỗi chỉ 16 phân), thì 12 bao vàng, là vàng đúng cân lượng, không có phó vương nào có tội.

Nhưng :

Nếu 78 đồng tiền rút ra đó chỉ còn 77 chỉ 15 phân (tức thiếu 1 phân) thì bao thứ 1 thiếu.

Nếu chỉ còn 77 chỉ 14 phân (tức thiếu 2 phân) thì bao thứ 2 thiếu. Nếu chỉ còn 77 chỉ 13 phân thì bao thứ 3 thiếu.

Tương tự như vậy, chỉ dựa vào số phân thiếu mà biết bao thứ mấy chứa đồng tiền vàng thiếu tiêu chuẩn (không đủ 16 phân, chỉ có 15 phân)

Ví dụ 78 đồng tiền rút ra cân lại chỉ còn 77 chỉ 7 phân, thiếu 9 phân, thế thì bao số 9 là bao gian lận.

Và như vậy chỉ cần cân một lần là phát hiện ra vị phó vương nào chơi xỏ nhà vua.

BÀI TOÁN BA SỐ 2 Ở ÔĐETXA

Trong hội nghị Vật lí ở Ôđetxa, để giải trí, người ta ra bài toán sau đây : "Hãy biểu diễn một số nguyên dương bất kì nhờ ba số 2 và các kí hiệu toán học".

Đáp số của bài toán là :

Với N là số nguyên dương ta có :

$$N = -\log_2 \log_2 \underbrace{\sqrt{\sqrt{\ldots\sqrt{\sqrt{2}}}}}_{N \text{ lần}}$$

Khi đã biết kết quả rồi thì thấy cũng không khó, nhưng *định hướng được tư duy để đi đến kết quả đó* là *một* việc không dễ !

NHỮNG "MÁY TÍNH SỐNG" KÌ LẠ

Người ta hay gán cho các thiên tài những đức tính, những khả năng đặc biệt, "không giống ai", như cố tình làm cho cuộc đời của họ có thêm màu sắc bí ẩn, độc đáo, đầy tính chất huyền thoại.

Ai cũng biết Bethôven là một nhạc sĩ Đức vĩ đại (1770-1827), tác giả của những bản giao hưởng bất hủ, được xem như đỉnh cao mẫu mực của nền âm nhạc thế giới.

Mức độ vĩ đại của thiên tài Bethôven được biểu hiện qua câu chuyện sau : Nếu cần chọn một tác phẩm nghệ thuật cao nhất, tượng trưng cho tinh hoa nghệ thuật của "Con Người" gửi cho các "Sinh vật cao cấp" ở hành tinh khác (nếu có), thì "Con Người" sẽ chọn "Bản giao hưởng số 5" của Bethôven.

Nếu Bethôven là đỉnh cao về âm nhạc thì, như để bù trừ, ông là một "đỉnh thấp" dưới mức trung bình về toán. Nghe nói ông làm phép nhân hai chữ số một cách vất vả và rất phục người biết làm toán chia hai chữ số. Trình độ tính toán của ông "cao" đến mức để tính xem trong 23 buổi biểu diễn, mỗi buổi được lãnh bao nhiêu tiền, ông phân tổng số tiền thành 23 phần bằng nhau rồi đếm xem một phần là bao nhiêu.

Ngược với Bethôven, có những "cỗ máy tính sống" siêu đẳng, có khả năng làm những phép tính phức tạp trong vài giây như làm trò ảo thuật.

Sau đây là vài ví dụ do Pêkêlitx (V. Pékélis) - nhà báo Nga - viết trong "Những khả năng của con người" (Nhà xuất bản Mia Matxcơva xuất bản năm 1977) :

Cô Osoaka cho kết quả trong nháy mắt các phép tính 2^{97}, $\sqrt[6]{4024207482776576}$

Năm 1927 Tiến sĩ Ôtxti và nhà toán học Xanhlaghê làm trắc nghiệm với nhà tính toán mù Lui Phơlêri. Họ ra cho Phơlêri bài tính : Phân tích 707 353209 thành tích của một lập phương và một số có 4 chữ số. Phơlêri suy nghĩ trong 28 giây và cho kết quả $891^3 . 5238$.

Cũng hỏi như vậy với 211717440, Phơlêri trả lời sau 25 giây kết quả $596^3 . 8704$.

Inôđi (Inody) và Đagơbe (Dagber) cũng là hai nhà tính toán cừ khôi. Họ đố nhau : Ngày 13 tháng 10 năm 28.448.723 là ngày thứ mấy ?

Gần đây báo chí có nói đến một hiện tượng kì lạ về khả năng tính toán. Đó là Bôrixlap Gagiăngxki. Anh ta có thể lấy căn bậc 20 của một số có 27 chữ số và trả lời đúng sau một phút !

Khả năng tính toán ở đâu ra ? Đó là một tư chất đặc biệt,"trời phú", nhưng rõ ràng khả năng đó được hoàn thiện dần với sự rèn luyện thường xuyên.

Cũng có trường hợp đặc biệt : một người Anh tên là Bacxtơn là người làm tính rất giỏi nhưng lại chưa biết đọc. Nhà tính toán Mĩ da đen Tômat Phelơ, cho đến lúc chết năm 80 tuổi, vẫn còn mù chữ.

Những người có khả năng tính toán điêu luyện hình như nhận thức được con số không phải do lí trí, mà do bản năng. Họ "thấy", "ngửi" được các con số.

Urania Điamônđi nói rằng cô ta phân biệt con số theo màu : 0 - màu trắng ; 1 - đen ; 2 - vàng ; 3 - lam ; 4 - nâu ; 5 - xanh ; 6 - vàng ; 7 - xanh biển ; 8 - xám ; 9 - nâu đậm. Cô ta có cảm giác như phép tính là một cuộc pha màu.

Nhà tính toán Inôđi thấy như có ai đang trò chuyện với mình, còn mình thì thổi sáo. Đagơbe làm các phép tính phức tạp khi đang chơi viôlông.

Gần đây ở Pháp, tại thành phố Lin (Lille) trước mặt Ban giám khảo đầy kinh nghiệm gồm các nhà vật lí, kĩ sư, toán học, tâm lí học, Đagơbe đã thách thức với một máy tính trong một cuộc thi tính toán.

Đagơbe tuyên bố rằng anh ta chỉ chịu thua máy nếu máy làm xong được 7 bài tính trước khi anh làm xong 10 bài.

Kết quả là Đagơbe làm 10 bài trong 3 phút 43 giây, còn máy làm trong 5 phút 18 giây.

Tác giả cuốn sách - Pêkêlitx - đã dự cuộc thi tính toán tại Viện khoa học Ukraina, giữa một bên là nhà tính toán trẻ Sêlukhốp, sinh viên năm thứ 3 Đại học Bách khoa Goócki, và một bên là máy tính "Mia".

Máy tính "Mia" có khả năng giải nhiều hệ phương trình, làm nhiều phép tính phức tạp. Máy có khả năng nhớ 12000 kí hiệu và tính rất nhanh.

Trọng tài cuộc thi gồm nhiều nhà khoa học có uy tín : Giáo sư chủ nhiệm khoa "Chương trình hóa toán học" và các cộng sự viên.

Kết quả : Sêlukhốp đã thắng cũng như Đagơbe đã thắng ở Pháp.

Một cuộc thi giữa người và máy cũng đã được tổ chức ở Đại học Xitnây. Sakuntala Đêvi đã thắng vài máy tính. Cô ta được chọn vào làm nghề ngân hàng và ngành kiểm tra dân số ở Ấn Độ.

Một lần, Inôđi đã được mời đến dự cuộc họp của Viện Hàn lâm Khoa học Pháp, dưới sự chủ tọa của Đácbu. Các nhà bác học đã kết luận rằng Inôđi đã dùng những thủ thuật tính toán mà tự anh ta phát hiện ra.

Hăngri Môngđê - một nhà tính toán giỏi - cũng được các nhà toán học Aragô và Côsi nghiên cứu. Họ cho rằng Môngđê đã áp dụng phép tính nhị thức Niutơn trong quá trình tính toán.

Có một câu chuyện độc đáo về Tơrasơtenbe, giáo sư toán ở Duyrich. Phương pháp tính nhẩm của ông ta được lấy tên là "Hệ tính nhanh".

Lịch sử hình thành công trình này cũng khá lạ lùng. Năm 1941 bọn phát xít Hítle giam Tơrasơtenbe vào trại tập trung. Để có thể sống sót được trong điều kiện cực kì dã man rùng rợn của trại tập trung, ông đã nghiên cứu thuật tính nhanh.

Ròng rã 4 năm nghiên cứu trong tù, ông đã xây dựng được một phương pháp tối ưu dạy tính nhanh cho trẻ em và người lớn.

Sau chiến tranh ông ta thành lập và điều khiển Viện Toán ở Duyrich. Hệ tính nhanh của ông giúp cho mọi người có thể làm nhiều phép tính số học một cách dễ dàng.

Cátlơ và Sain có nói về phương pháp này trong cuốn sách có tên "Hệ tính toán nhanh của Tơrasơtenbe". Ở Liên Xô (cũ) cuốn sách này được dịch sang tiếng Nga năm 1967.

Kết thúc phần này xin kể về nhà toán học Mĩ Côun : Ta đã biết rằng số dạng $2^n - 1$ gọi là số Mecxen. Trong 200 năm người ta ngờ rằng số $2^{67} - 1$ là số nguyên tố nhưng chưa ai xác minh được vì số này lớn quá, không ai có công phu ngồi thử.

Tại phiên họp tháng 10 năm 1903 của Hội Toán học Mĩ Côun lặng lẽ cầm phấn lên bảng viết tích của 67 số 2 và cho kết quả :

$$2^{67} - 1 = 193\,707\,721 \times 761\,838\,257\,287.$$

Vậy $2^{67} - 1$ là một hợp số. Một chứng minh hùng hồn ! Sau đó có người hỏi Côun là ông đã làm việc này bao lâu.

Côun đáp : "Tất cả các ngày chủ nhật trong vòng ba năm liền !"

NHÀ TOÁN HỌC CỔ IRAN

Ngày nay nói đến Iran, ta nghĩ đến một đất nước của đạo Hồi, một vùng mà "dầu lửa nhiều hơn nước", nghĩ đến cuộc chiến tranh Iran - Irắc với biết bao nhiêu đau thương tàn phá, nghĩ đến quyết định của giáo chủ Khômêni xử tử nhà văn Xalman Rớtđi vì những dòng có tính chất phỉ báng đạo Hồi trong cuốn tiểu thuyết "Những vần thơ của quỷ Sa tăng"...

Nhưng ít ai nghĩ rằng cách đây 1000 năm, một nhà toán học rất năng động đã sinh ra ở đây. Đó là Abuba Môhamet Ankhaxan. Ông là tác giả của hai cuốn sách toán cỡ lớn. Một cuốn số học tên là "Anphakhơri". Cuốn đầu có nhiều mệnh đề hình học. Cuốn thứ hai gồm nhiều thành tựu về đại số của các nhà toán học thời trước và những tìm tòi của riêng ông. Đặc biệt có nói đến tổng các dãy số, nghiệm của đa thức bậc hai, bậc ba, phép chứng minh các đẳng thức $\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{16}$ và $\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{128}$, cách giải phương trình bậc cao dẫn về bậc hai. Trong sách có 250 bài toán đại số trong đó có phương trình vô định. Ta còn tìm thấy *phương pháp chứng minh bằng quy nạp*.

Hai cuốn sách trên chứng tỏ một nghìn năm trước vùng Trung đông ngày nay là một trong những trung tâm khoa học của nhân loại.

ĐẠI BIỂU SỐ 4397 - BUỐCBAKI - LÀ AI ?

Hội nghị Toán học thế giới lần thứ 13 vào mùa hè năm 1966 ở Matxcơva hồi hộp chờ xem mặt nhà toán học Buốcbaki, tác giả của một bộ công trình toán học đồ sộ. "Các cơ sở của toán học". Đó là bộ sách toán dầy khoảng 6000 trang gồm 9 cuốn, xuất bản trong 30 năm, chứa đựng toàn bộ kiến thức toán học của thế giới, được viết theo quan điểm hiện đại, chính xác, hệ thống và toàn diện nhất. Có thể xem là bộ bách khoa toàn thư về toán. Ngoài phần kiến thức cơ bản còn có phần nói về lịch sử phát sinh phát triển của các kiến thức đó nữa.

Các chỗ khó hiểu có đánh dấu "Z" với ngụ ý : cần đọc kĩ, khó hiểu và lặt léo đấy !

Trang đầu tiên của bộ sách có in ảnh bức tượng cổ, thế

hiện một dũng sĩ cầm búa phá vỡ bức tường chắn trước mặt. Phải chăng Buốcbaki muốn nhắn người đọc : Hãy kiên quyết đập phá cái cũ, cái lạc hậu, xây dựng cái mới đẹp hơn !

Nhưng Buốcbaki là ai ?

Người ta nghĩ rằng Buốcbaki không thể là một người được, vì một người đơn độc không thể có một kiến thức cao, toàn diện, sâu sắc ở tất cả mọi lĩnh vực Toán học như thế.

Buốcbaki chắc là tên của một nhóm nhà khoa học xuất sắc nhất của nước Pháp, trong đó có các khuôn mặt tiêu biểu :

Điơđonê, Cactăng, Manđenbiốt, Grôtendick...

Nhóm này có nội quy rất chặt chẽ, nghiêm ngặt. Mỗi năm họ họp một lần bên bờ sông Ladua. Trong thời gian làm việc họ sống theo lối cấm cung, không ai ra khỏi chỗ ở ; ăn, ngủ tại chỗ, làm việc theo kỉ luật quân đội.

Hội nghị Toán học thế *giới* lần thứ 13 cuối cùng đã vô cùng thất vọng, vì "ông Buốcbaki" - đại biểu số 4397 không đến, không rõ lí do...

Hội nghị Toán học thế giới lần thứ 14 năm 1970 ở Nice (Pháp) được một tin buồn : "Nhà toán học Nicôla-Buốcbaki" đã qua đời. Hội nghị dành một phút mặc niệm "nhà toán học xuất sắc" từ nay không còn nữa !

LEBNITX

(WILGHEN LEIBNITZ 1646-1716)

(CÁI ĐẦU VĨ ĐẠI VÀ KHUÔN MẶT XẤU TRAI)

Lebnitx là nhà toán học Đức sinh ở Laizich ngày 1 tháng 7 năm 1646, trẻ hơn Niutơn 4 tuổi.

Năm 15 *tuổi* ông vào Đại học Laizich để học luật, đồng thời nghiên cứu toán "để học luật cho tốt".

Năm 20 tuổi, ông đã sẵn sàng bảo vệ luận án tiến sĩ luật, nhưng bị khước từ vì quá trẻ.

Tháng 11 năm 1666 ông bảo vệ luận án tiến sĩ luật ở Nurămbe, và ở lại đó dạy luật đồng thời nghiên cứu toán học.

Ông thường đi thăm đây đó bằng chiếc xe bò kéo cổ lổ sĩ của thế kỉ 17, và chính trên các cỗ xe bò đó ông đã viết các tác phẩm khoa học.

Lebnitx cũng là người nghĩ ra máy tính thực hiện phép nhân, chia, tinh vi hơn máy tính của Patxcan, chỉ thực hiện được phép cộng, trừ.

Ông là người đã đưa ra công thức :

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} \ldots$$

Ông là chủ tịch đầu tiên của Viện Hàn lâm Khoa học Pari. Ông vốn là người gầy gò và xấu trai. Nhưng chính cái bề ngoài đó đã không ít lần làm ông nổi tiếng, làm mọi người phục tài ông bất ngờ...

Ông say mê tự học và sáng tạo.

Ông đã viết : "Có hai điều đem lại cho tôi lợi ích nhất.

Thứ nhất là tôi đã tự học mọi khoa học. Thứ hai là tôi đã lao vào tìm kiếm những điều mới mẻ ngay lúc mới hiểu được những khái niệm đầu tiên của mỗi khoa học".

Ông mất năm 1716, thọ 70 tuổi.

ĐỘ DÀY VẾT DẦU LOANG

Trong ngôn ngữ ta thường nói : "theo kiểu vết dầu loang", ý muốn nói hiện tượng lan tỏa ra xa và mọi phía, rất nhanh, không kịp chống đỡ, không kiểm soát được.

Bây giờ ta xét hiện tượng "vết dầu loang" theo nghĩa đen của nó, về phương diện hình học.

Nhà vật lí người Anh C. Boi (C. Boys) đã kể lại trong cuốn sách "Bong bóng và xà phòng" như sau :

"Một lần tôi đã làm thí nghiệm sau đây ở một cái ao. Tôi đổ một thìa dầu ô liu lên mặt nước. Dầu lập tức loang ra thành một hình tròn lớn đường kính tới 20-30m. Vì vết dầu loang dài gấp nghìn lần và rộng cũng gấp nghìn lần cái thìa nên bề dày

của nó phải nhỏ hơn gấp triệu lần bề dày lớp dầu trong thìa, tức là vào khoảng 0,000 002 mm."

Bạn có thể tưởng tượng 2 phần triệu mm là bao nhiêu không ?

ĐẠI VĂN HÀO TÔNXTÔI VÀ BÀI TOÁN VỀ "HỢP TÁC XÃ LÀM CỎ"

Đại văn hào L.N. Tônxtôi tuy lấy văn chương làm sự nghiệp của đời mình, nhưng vẫn có một "cảm tình đặc biệt" với toán học. Ông rất thích thú với các bài toán đố dân gian, với lối suy luận chặt chẽ, có khi dí dỏm, của số học.

Trong các tác phẩm văn học của mình, chỗ nào thấy thuận tiện, ông "gài" một bài toán số học hoặc hình học vào, như để thỏa mãn lòng say mê toán học, ấp ủ từ lâu, nay mới có dịp phô bày ra.

Nhà vật lí nổi tiếng của Liên Xô (trước đây) Xưn-ghe kể lại, đại ý : "Cha tôi và chú tôi là bạn của Tônxtôi. Hồi các vị còn trẻ, các vị có trao đổi với nhau một bài toán thú vị do Pêtrôp bạn của cha và chú tôi sáng tác ra. Tônxtôi rất thích thú với bài toán này vì tính "rắc rối" bề ngoài của nó, và tính "đơn giản" về thực chất nội dung toán học của nó. Đến khi đã già rồi, Tônxtôi vẫn còn nhớ bài toán này như nhớ các bạn xưa kia của ông..."

Bài toán như sau : "Một hợp tác xã làm cỏ, phải cắt cỏ trên hai cánh đồng, cánh đồng này rộng gấp đôi cánh đồng kia. Hợp tác xã làm nửa ngày trên cánh đồng lớn. Sau đó chia làm đôi : nửa thứ nhất ở lại trên cánh đồng lớn và làm đến tối thì xong, nửa thứ hai cắt cỏ trên cánh đồng nhỏ đến tối còn lại một phần, hôm sau một xã viên làm một công nữa thì xong.

Hỏi có bao nhiêu người cắt cỏ trong hợp tác xã ? "

Bài toán này, nếu giải bằng phương pháp đại số thì khá rắc rối, vì cần thêm một ẩn số phụ :

Gọi x là số xã viên và gọi phần đồng cỏ mà 1 xã viên làm trong 1 ngày là y (ẩn số phụ).

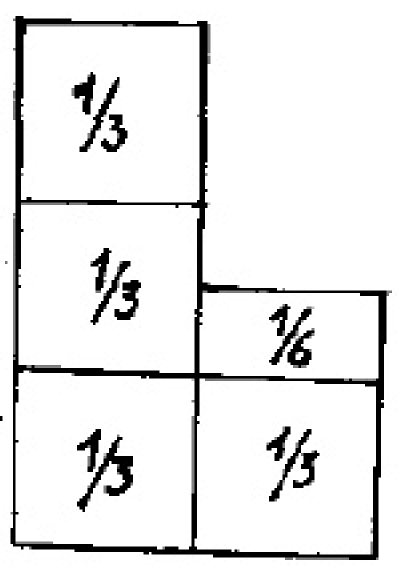
Ta sẽ có phương trình

$$\frac{xy}{2} + \frac{xy}{4} = 2\left(\frac{xy}{4} + y\right)$$

Giải phương trình này (trước hết chia hai vế cho $y > 0$) ta suy ra $x = 8$

Nếu lí luận theo cách tính nhẩm, hay nói cho đúng hơn giải bằng suy luận số học thì ta có :

Nếu cả hợp tác xã cắt cỏ nửa ngày ở cánh đồng lớn và nửa hợp tác cắt nửa ngày nữa ở đấy thì rõ ràng trong nửa ngày một nửa hợp tác xã cắt được $\frac{1}{3}$ cánh đồng. Do đó trên đồng nhỏ còn lại phần chưa cắt là $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$. Nếu một người cắt cỏ trong một ngày cắt được $\frac{1}{6}$ cánh đồng thì phần đã cắt được trong ngày đầu là $\frac{6}{6} + \frac{2}{6} = \frac{8}{6}$ nên số người cắt cỏ là 8.



VUA ẤN ĐỘ VÀ BÀN CỜ

Ai cũng biết bàn cờ tướng có 64 ô.

Tục truyền rằng để thưởng cho Setxa (Sessa), người có công nghĩ ra môn cờ tướng, Vua Ấn Độ Sêram (Shehram) cho phép Setxa chọn một phần thưởng tùy ý. Setxa đề nghị Vua cho "đặt vào ô thứ nhất của bàn cờ 1 hột thóc, ô thứ hai đặt 2 hột, ô thứ ba đặt 2^2 hột, ô thứ tư đặt 2^3 hột v.v..., ô thứ sáu mươi tư đặt 2^{63} hột. Chỉ thế thôi !"

Nhà vua quá cảm động vì "đức tính khiêm tốn" của bầy tôi,

truyền lệnh lấy thóc trong kho để thực hiện ngay nguyện vọng trên.



Số hột thóc là

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots 2^{63} = 2^{64} - 1 \approx 1{,}8 \times 10^{19}$$

Số này lớn hay nhỏ mà viết gọn vậy ?

Xin thưa, nếu 1 lít thóc chứa 18.000 hột, thì phải cần 10^{13} hectolit, tức bằng nhiều ngàn lần số thóc gặt được trên toàn thế giới !

Truyền thuyết không nói tiếp là trước lượng thóc vĩ đại ấy, nhà vua phải làm sao.

LÔGARIT VÀ CHÚC THƯ CỦA PHƠRĂNGCƠLANH

Trong "Tuyển tập các tác phẩm của Phơrăngcơlanh" (V. Franklin) nhà hoạt động nhà nước tài ba của nước Mĩ - có đăng chúc thư của ông như sau :

"Tôi tặng lại cho nhân dân Bôxtơn một nghìn bảng Anh. Nếu họ nhận một nghìn bảng này thì phải trao số tiền đó cho Hội đồng dân biểu, và Hội đồng dân biểu sẽ cho các thợ thủ công trẻ vay với lãi suất 5% một năm. Sau một trăm năm số tiền này sẽ tăng thành 131.000 bảng Anh. Khi đó tôi muốn dành 100.000 bảng để xây dựng các công trình công cộng, còn 31.000 bảng còn lại tiếp tục cho vay với lãi suất như trên. Sau trăm năm thứ hai tổng số tiền tăng thành 4061000 bảng Anh. Tôi dành 1060000 bảng cho nhân dân Bôxtơn toàn quyền sử dụng, còn 3000000 bảng cho Hội đồng công xã Matxasuxet. Sau đó tôi không dám tỏ ý muốn của mình nữa".

Có 1000 bảng lúc đầu mà dự kiến tiêu bạc triệu về sau ! Phơrăngcơlanh có bốc đồng ? Không, ông ta rất sáng suốt, rất thực tế.

Số tiền 1000 bảng, mỗi năm tăng 1,05 lần, sau 100 năm cho ta x :

$$x = 1000.\,(1,05)^{100}$$

$$lgx = lg1000 + 100lg\,1,05 = 5,11893$$

$$x = 131000 \text{ (đúng theo di chúc !)}$$

Sau đó, với 31000 bảng ta có :

$y = 31000.\,(1,05)^{100}$ suy ra $y = 4076500$, số tiền xấp xỉ tổng số tiền nói trong di chúc.

Không nghi ngờ gì nữa, Phơrăngcơlanh đã áp dụng lôgarit khi làm chúc thư.

LAGRĂNG

(Joseph Louis Lagrange 1736 - 1802)

(TÁC GIẢ CỦA "BÀI THƠ KHOA HỌC)

Lagrăng là nhà toán học lỗi lạc của Pháp, người được vua Napôlêông đánh giá là "đỉnh cao của khoa học toán học".

Ông sinh ngày 25 tháng 1 năm 1736 trong một gia đình giàu có, có 11 con mà ông là con út. Gia tài của cha ông, đến lượt ông thì không còn gì, nhưng ông đã nói về điều bất hạnh này như sau : "Nếu tôi mà có được gia tài của bố mẹ để lại, thì chắc là tôi không quan tâm đến toán học".

Năm 16 tuổi ông được phong làm giáo sư toán của trường Pháo binh Hoàng gia ở Tuyaranh.

Năm 23 tuổi ông đã hoàn thành công trình toán học nổi tiếng - "Cơ học giải tích". Nhà toán học Hamintơn đã đánh giá công trình này là "một loại thơ ca khoa học".

Cũng năm này, do sự giới thiệu của Ơle, Lagrăng được bầu làm viên sĩ nước ngoài của Viện Hàn lâm Beclin và được mời sang Beclin làm việc.

Năm 1764, lúc 28 tuổi ông nhận được giải nhất của Viện Hàn lâm Khoa học Pari vì đã giải quyết được bài toán "Sự dao động của Mặt trăng". Và liên tiếp trong các năm 1766, 1774, 1778 ông nhận được nhiều giải thưởng khoa học có liên quan đến vị trí và sự chuyển động của các thiên thể.

Chính ông là người đã đổi hệ đo lường từ cơ số 12 sang cơ số 10 cho thuận tiện trong tính toán.

Ông qua đời ngày 10 tháng 4 năm 1802, thọ 66 tuổi.

ƠLE VÀ NƯỚC ĐI CỦA CON MÃ

Ơle rất quan tâm tới khía cạnh toán học của luật đánh cờ vua.

Năm 1759 ông đã có ý kiến về nước đi của con mã trên bàn cờ :

"Một hôm tôi đi đến một hội ở đó người ta chơi cờ. Một người nào đó đã hỏi về khả năng con mã, xuất phát từ một ô cho trước, có thể đi dạo khắp bàn cờ sao cho mỗi ô chỉ bị con mã đến một lần".

Như vậy chứng tỏ rằng trước đó Ơle chưa nghiên cứu bài toán này, trong khi đã có nhiều tác giả ở nhiều nước khác nhau nghiên cứu nó. Bài toán này xuất hiện từ thế kỉ 14 ở châu Âu, nhưng chính Ơle đã có công giải quyết bài toán này trên cơ sở lí thuyết toán học chặt chẽ.

37	62	43	56	35	60	41	50
44	55	36	61	42	49	34	59
63	38	53	46	57	40	51	48
54	45	64	39	52	47	58	33
1	26	15	20	7	32	13	22
16	19	8	25	14	21	6	31
27	2	17	10	29	4	23	12
18	9	28	3	24	11	30	5

Ơle còn yêu cầu cao hơn là bắt buộc con mã đi dạo hết nửa dưới của bàn cờ rồi mới đến nửa trên. Lời giải của yêu cầu này được thể hiện ở hình bên.

Bài toán này còn được phát triển cao hơn nữa, với yêu cầu phức tạp hơn:

Các bước nhảy của con mã phải tạo nên một hình vuông quỷ thuật.

2	9	4
7	5	3
6	1	8

Hình vuông quỷ thuật (còn gọi là Ma phương) là hình vuông gồm nhiều hình vuông nhỏ. Trong mỗi hình vuông nhỏ có ghi một số. Sao cho tổng các số, cộng theo

hàng dọc, hàng ngang, (đôi khi theo đường chéo nữa) đều bằng nhau.

Hình vuông bên cạnh là một loại hình vuông quỷ thuật vì thỏa điều kiện đã nêu trên, với tổng bằng 15.

50	11	24	63	14	37	26	35
23	62	51	12	25	34	15	38
10	49	64	21	40	13	36	27
61	22	9	52	33	28	39	16
48	7	60	1	20	41	54	29
59	4	45	8	53	32	17	42
6	47	2	57	44	19	30	55
3	58	5	46	31	56	43	18

Hình vuông bên cạnh có hằng số quỷ thuật là 260 : tổng các số theo hàng ngang hoặc theo hàng dọc đều bằng 260.

Bước đi của con mã thực hiện từ số 1 → 2 → 3 .... → 64 → 1 (trở về ô xuất phát).

Cần ghi thêm một truyền thuyết về hình vuông quỷ thuật ; Ngày xưa thầy phù thủy dùng hình vuông này để diệt quỷ, trừ bệnh tật cho trẻ em, trừ tai nạn cho ngựa, trừ rắn cắn cho người đi rừng...

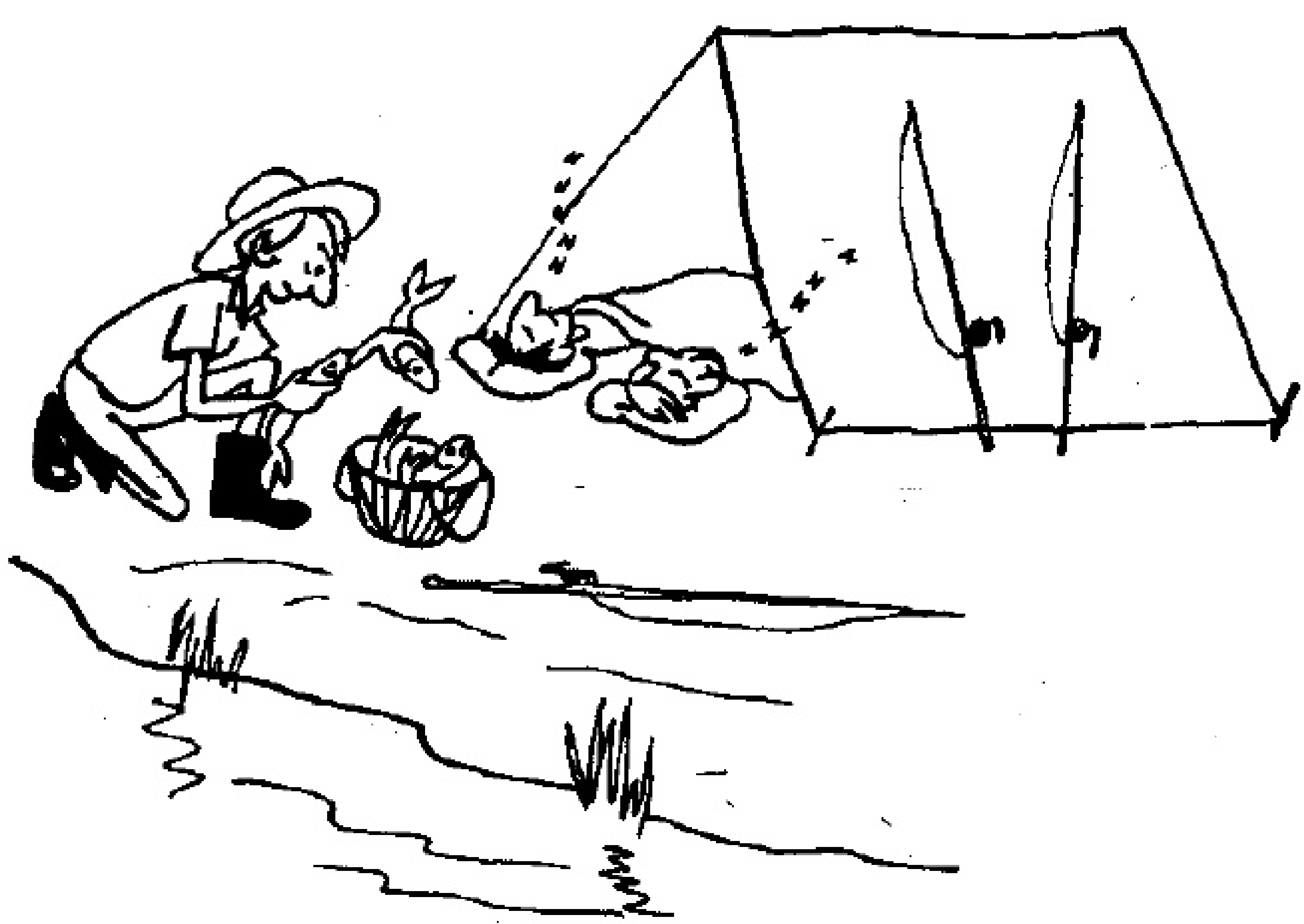
SỐ CÁ ÂM (– 2 CON CÁ) - DỰ BÁO THIÊN TÀI PÔL-ĐIRẮC

(Paul Dirac 1902 - 1984)

Bài toán "Ba người câu cá" sau đây không biết có tự lúc nào và do ai đặt ra, nhưng đã là đề thi trong một kì thi giỏi toán nước Anh.

Ba người đi câu được một số cá. Trời đã tối. Mệt lả, ba chàng vứt cá trên bờ sông, lăn ra ngủ ngon lành. Người thứ nhất ngủ chán mắt, thức dậy, ra bờ sông đếm cá, chia ba phần thấy thừa 1 con, vứt bớt 1 con xuống sông rồi xách $\frac{1}{3}$ số cá về nhà. Người thứ hai thức dậy, tưởng hai bạn mình đang ngủ, anh ta đếm số cá, vứt 1 con xuống sông rồi xách $\frac{1}{3}$ số cá về nhà. Người thứ ba thức dậy cũng vẫn tưởng hai bạn mình đang ngủ, đếm số cá, vứt một con xuống sông, xách $\frac{1}{3}$ số cá về nhà.

Biết rằng họ là các người đi câu tồi, hỏi họ câu được tất cả bao nhiêu cá ?



Để giải bài toán này ta làm như sau :

Gọi x là số cá ba người câu được và n là số cá còn lại trên bờ sau khi cả ba đã xách đi phần cá của mình ta có phương trình :

$$\left(\frac{3}{2}n + 1\right)\frac{3}{2} + 1\,\frac{3}{2} + 1 = \frac{1}{8}(27n + 38) = x$$

Rút ra $x = \frac{1}{8}(27n + 38)$

Vì x nguyên nên n phải chẵn. Đặt n = 2m (m = 1, 2, 3...) ta có $x = \frac{1}{4}(27m + 19)$. Vì x nguyên nên m phải lẻ : m = 2p + 1 (p = 0, 1, 2,...) $x = \frac{1}{2}(27p + 23)$

Vì x nguyên nên p phải lẻ, nghĩa là p = 1, 3, 5....

Trở về n ta có :

n = 2m = 2(2p + 1) = 4p + 2 với p = 1, 3, 5....

Lần lượt cho p = 1, 3, 5.... ta có n = 6, 14, 22...,

Vì ba chàng câu cá tồi, nên n lấy giá trị nhỏ nhất là 6 và vì thế $x = \frac{1}{8}(276 + 38) = 25$ (con cá).

Nếu bài toán chỉ có như vậy thì không có gì nhiều để nói. Nhưng chính từ bài toán này, một thiên tài khoa học được phát hiện, lóe lên, báo hiệu một phát minh khoa học lớn trong tương lai.

Pôl Đirác, một cậu bé dự thi đã làm bài toán trên một cách quá độc đáo như sau :

Từ $x = \frac{1}{8}(27n + 38)$ Đirác cho n = − 2

rút ra x = − 2 (con cá). (Họ câu cá tồi mà !)

Đirác lập luận như sau : Người thứ nhất thức dậy, đếm được −2 con cá, không chia được cho 3, vứt xuống sông +1 con cá, số cá trở thành − 2 − (+1) = −3, lấy đi $\frac{1}{3}$ tức là − 1 con cá, để lại − 2 con cá cho hai bạn đang ngủ. Kết quả mỗi bạn đem về nhà −1 con cá !

Thật là công bằng (mỗi người −1 con cá) và đúng là câu cá tồi.

Không biết các giám khảo nghĩ thế nào khi chấm lời giải của Đirắc. Nhưng chính "lời giải âm" đó biểu hiện một tư duy độc đáo của Đirắc, mà ảnh hưởng của nó còn kéo dài trong suốt cuộc đời khoa học của ông.

Trước hết, ta hãy phân tích lời giải của Đirắc : Đổi "lời giải âm" thành "lời giải dương", ta có một kết qủa đối xứng. Ba người có + 2 con cá, vứt xuống sông −1 con đồng nghĩa với câu thêm + 1 con. Vậy số cá là $+2-(-1)=2+1=3$. Chia nhau mỗi người 1 con là công bằng và cũng phù hợp với đề ra là "câu tồi".

Vài lời về Pôl Đirắc : Năm 24 tuổi, khi lập và giải phương trình cơ học lượng tử về chuyển động của điện tử, Đirắc thấy xuất hiện một nghiệm lạ, chưa giải thích được. Nghiệm này hoàn toàn đối xứng với nghiệm cho electron, chỉ khác dấu ! Đirắc cho rằng nghiệm này nhất định phải chứng tỏ sự tồn tại của một hạt mới chưa biết. Cùng với electron nó tạo thành một cặp đối xứng ; nó mang điện tích dương. Lúc đó thực nghiệm chưa khẳng định sự tồn tại của hạt mới.

Các nhà vật lí thực nghiệm ra sức săn tìm hạt mới theo lời tiên đoán có lí của Đirắc. Cuối cùng họ đã tìm được nó trong phòng thí nghiệm : đó là hạt positron, phản hạt của electron, với đầy đủ các tính chất mà Đirắc đã tìm ra bằng lí thuyết của mình.

Đirắc được giải thưởng Nôben năm 1933, lúc ông 31 tuổi.

BÀI TOÁN BÒ ĂN CỎ CỦA NIUTƠN

Bài toán này do Niutơn (Newton) - nhà bác học Anh (1642 - 1777) - đề ra trong cuốn "Arithmétique Universelle" xuất bản năm 1707 :

3 con bò ăn 2 sào cỏ trong 2 tuần, kể cả cỏ đã mọc được trong 2 tuần đó.

2 con bò ăn 2 sào cỏ tương tự trong 4 tuần, kể cả cỏ đã mọc được trong 4 tuần đó.

Hỏi cần có bao nhiêu con bò để ăn 6 sào cỏ tương tự trong 6 tuần, kể cả cỏ đã mọc được trong 6 tuần đó ?

Ta gọi số cỏ (tính bằng kg) mọc được trên 1 sào trong 1 tuần là 1 đơn vị cỏ, (viết tắt là 1 đv).

Theo giả thiết đầu, 3 con bò trong 2 tuần ăn được 2 sào cỏ + 4 đv.

Dễ suy ra rằng 3 con bò trong 4 tuần ăn được 4 sào cỏ + 8

đv (1) Theo giả thiết thứ hai 2 con bò trong 4 tuần ăn được 2 sào cỏ + 8 đv (2).

Từ (1) và (2) suy ra 1 con bò trong 4 tuần ăn hết 2 sào cỏ + 0 đv (3). Vậy 2 con bò trong 4 tuần ăn hết 4 sào cỏ + 0 đv (4).

Từ (4) và (2) suy ra 2 sào cỏ + 8 đv = 4 sào cỏ + 0 đv, hay 1 sào cỏ = 4 đv (5)

Số đv do 6 sào đem lại trong 6 tuần là 6 × 6 = 36 (đv) 36 đv tương đương 9 sào cỏ (theo (5)).

Vậy vấn đề là bao nhiêu con bò ăn trong 6 tuần mất 6 + 9 = 15 (sào cỏ) (không kể số cỏ mọc thêm trong 6 tuần đó).

Từ (4) suy ra 1 con bò trong 1 tuần ăn hết $\frac{1}{2}$ sào cỏ + 0 đv. Vậy 1 con bò trong 6 tuần ăn $\frac{1}{2} \times 6 = 3$ (sào cỏ)

Cuối cùng để ăn hết 15 sào cỏ trong 6 tuần cần phải có $\frac{15}{3} = 5$ (con bò).

Đáp số : Cần có 5 con bò để ăn 6 sào cỏ trong 6 tuần, kể cả số cỏ mọc ra trong thời gian đó trên 6 sào cỏ đó.

TOÁN HỌC VÀ CHIẾC VÁY PHỤ NỮ

Độ dài của chiếc váy phụ nữ thay đổi theo thời gian. Độ dài đó phụ thuộc vào "mốt" của thời đại.

Có thể nói độ dài l của váy là một hàm số của thời gian t
$l = f(t)$

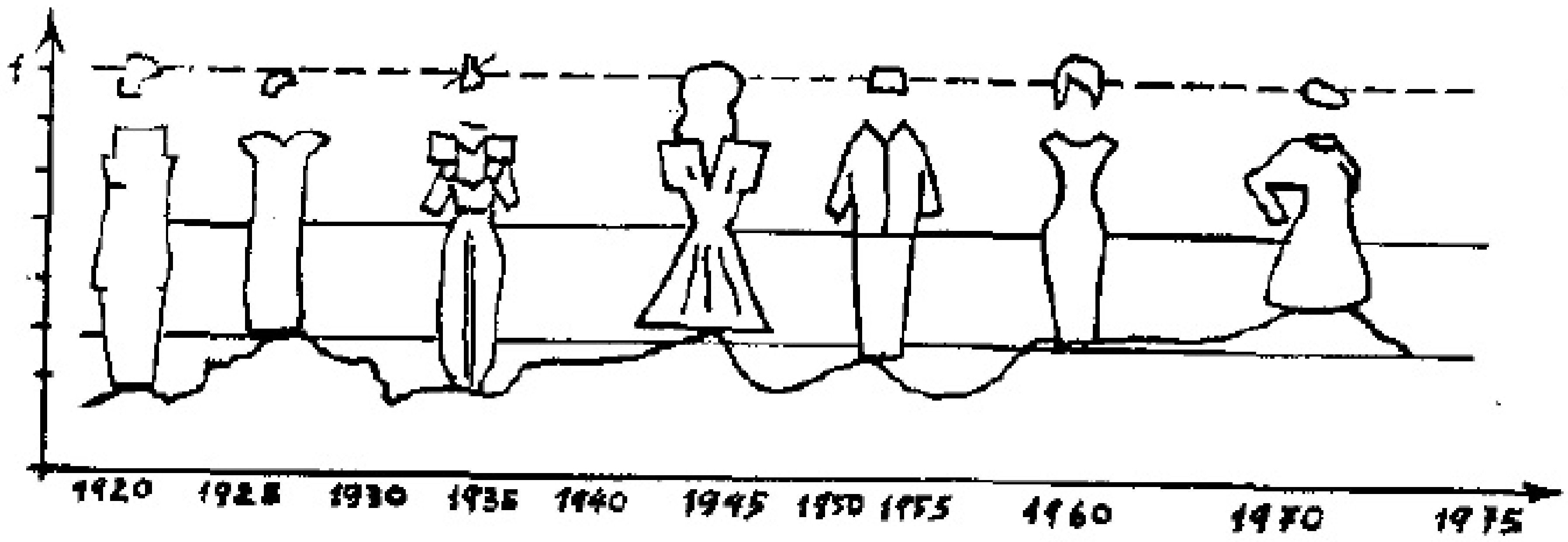
Công thức để tính l theo t chắc không ai viết ra được. Tuy thế, theo dõi mốt một cách liên tục và tương đối chính xác, một nhà tạo mốt đã vẽ được đồ thị của độ dài váy theo thời gian.

Nếu đặt đồ thị này trong bối cảnh lịch sử của nó, các nhà xã hội học sẽ rút ra được những điều giải thích lí thú. Tại sao, tại thời điểm t nào đó, giá trị của l lại như thế v.v...

Hàm số $l = f(t)$ không phải chỉ là một công thức toán học khô khan, mà còn nói lên nhiều khía cạnh khác của xã hội học.

Rơnê Đêcác, khi phát minh ra tọa độ Đêcác chắc không ngờ rằng công trình của mình còn được phục vụ sự nghiệp đo váy các bà, các cô.

Nhưng điều đó chỉ làm cho Đêcác vinh dự thêm, vì phụ nữ là "hoa của đời", chiếm một phần hai nhân loại.



BÀI TOÁN HÌNH CỦA NAPÔLÊÔNG

Hoàng đế Pháp, Napôlêông - Bônapac (Napoléon Bonaparte) (1769 - 1821), là một vị Hoàng đế nổi tiếng, một nhà quân sự thiên tài, đồng thời là một người có năng khiếu về toán và say mê toán học. Ông thích sáng tạo những bài toán nhỏ và hay để đố vui. Sau đây là một bài toán do ông đặt ra :

"Trên ba cạnh của một tam giác bất kì, dựng ra phía ngoài tam giác ấy ba tam giác đều. Chứng minh rằng tâm của ba tam giác đều ấy là đỉnh của một tam giác đều mới".

Việc giải bài toán này cũng không có gì khó, xin để bạn đọc làm.

Ở đây ta chỉ chú ý đến chi tiết : *Tác giả của bài toán hình* học quen thuộc này là một Hoàng đế nổi tiếng về quân sự.

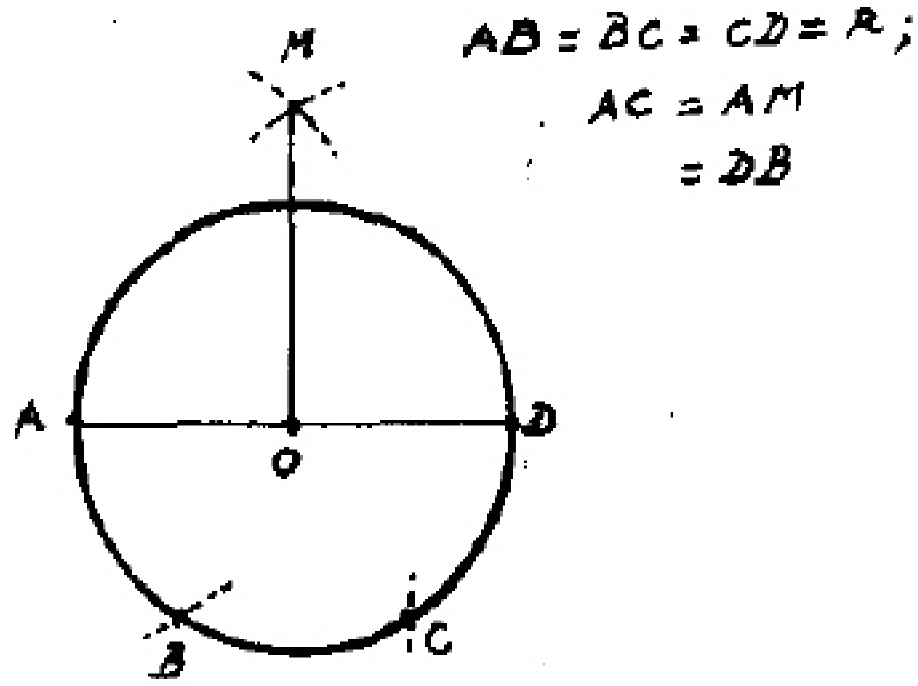
Ngoài bài toán trên, khi đọc cuốn sách của Matskêrôni về phép dựng hình trong đó chỉ được dùng compa, cấm dùng thước, Napôlêông ra cho Matskêrôni (người Italia) bài toán sau đây :

"Hãy chia một đường tròn đã cho thành bốn phần bằng nhau, mà không dùng đến thước kẻ. Vị trí tâm đường tròn cho trước".

Cách giải : Từ một điểm A tùy ý trên đường tròn, với khẩu độ compa bằng bán kính đường tròn r, lấy các điểm B, C, D. Dễ thấy AD là đường kính.

Từ A và D với khẩu độ compa bằng AC, vẽ các cung cắt nhau ở M.

Trong tam giác vuông AOM dễ dàng chứng minh được $MO = r\sqrt{2}$ và bằng cạnh hình vuông nội tiếp trong đường tròn.



Với khẩu độ compa bằng $MO = r\sqrt{2}$ ta dễ dàng chia đường tròn thành 4 phần bằng nhau.

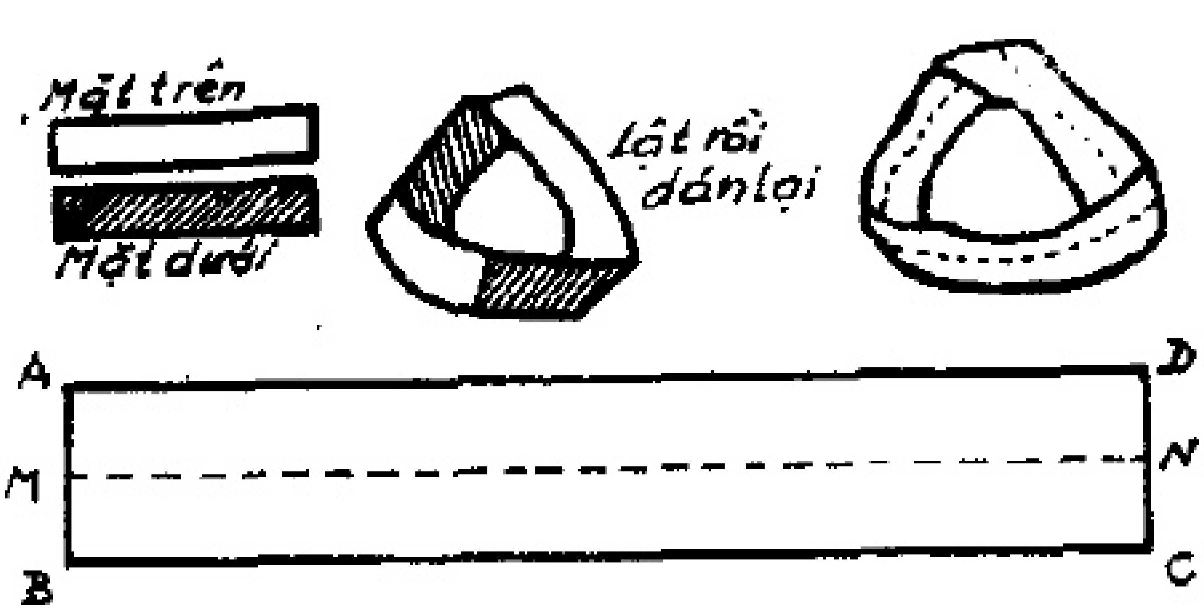
VÒNG GIẤY QUÁI QUỶ CỦA MƠBIUS (MOEBIUS)

Có nhiều sự kiện lớn về khoa học mà xuất phát điểm của nó là một phát hiện đơn giản ai cũng thấy, nhưng ít người có "con mắt toán học" để đề ra được thành một vấn đề khoa học nghiêm túc.

Vòng giấy (Mơbius) là một ví dụ.

Mơbius (nhà toán học Đức, 1790 - 1868) khi cắt một băng giấy (ví dụ kích thước 4cm × 25cm) có nhận xét :

Nếu dán mép AB trùng với mép DC ta được một mặt trụ, (một vòng giấy) nếu cắt vòng giấy theo đường MN, ta được 2 vòng giấy rời ra.



Vòng giấy có mặt ngoài, mặt trong.

Điều đó ai cũng thấy.

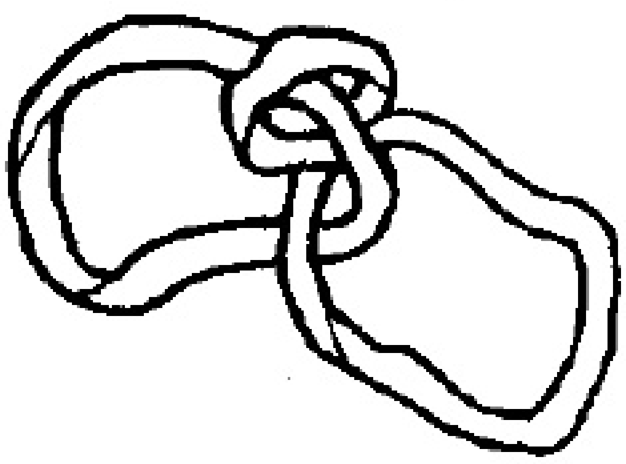
Bây giờ ta tiến hành một cách dán mép khác: dán mép AB vào DC sao cho A trùng C, còn B trùng D, nghĩa là

phải lật đầu băng giấy AB, trước khi dán. Trước khi dán như thế nhớ đánh dấu mặt băng giấy (gạch sọc một bên chẳng hạn).

Bạn sẽ được một vòng giấy có tính chất kì lạ sau đây :

Vòng này chỉ có một mặt, nghĩa là một con kiến khi bắt đầu bò ở mặt gạch sọc dọc theo băng giấy, nó sẽ bò qua mặt không gạch sọc lúc nào không hay, và cứ bò mãi thì nó lần lượt đi từ mặt này qua mặt kia như bò trên một con đường vô tận, không biết đâu là mặt trong, đâu là mặt ngoài.

Nếu cắt vòng giấy này theo đường chính giữa thì được 1 vòng dài gấp đôi vòng cũ.



Lại tiếp tục cắt vòng mới này theo đường chính giữa thì được hai vòng móc vào nhau.

Các tính chất kì lạ của vòng Mơbius được ngành tôpô học nghiên cứu.

TÁCTALIA HAY CACĐANÔ ? HAY CẢ HAI ?

Giải phương trình bậc nhất $ax + b = 0$ là bài toán đã được giải quyết từ thời Ai Cập cổ đại (tất nhiên hồi đó chưa có các kí hiệu toán học như hiện nay, mà các phép toán được miêu tả bằng lời dài dòng).

Người Babilon cũng đã biết cách giải phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$.

Nhưng mọi ý đồ giải phương trình bậc ba tổng quát dạng $ax^3 + 3bx^2 + 3cx + d = 0$ đều không đi đến kết quả.

Có lẽ một trong những nguyên nhân là, cho đến đầu thế kỉ 17, vẫn chưa có một hệ thống kí hiệu đại số (lũy thừa, căn số...) để giúp cho tư duy toán học được sáng sủa, tiết kiệm. Lời văn mô tả quan hệ giữa các đại lượng không giúp gì được cho tư duy toán học, mà chỉ làm rối thêm...

Nói như vậy để thấy rằng việc tìm được phương pháp giải

phương trình bậc ba - rồi sau đó bậc bốn - trong hoàn cảnh thiếu các kí hiệu cần thiết, là một việc rất đáng khâm phục, chẳng khác nào như việc giết hổ bằng tay không.

Lịch sử quá trình nghiên cứu giải phương trình bậc ba mang nhiều kịch tính, có thể viết thành một quyển tiểu thuyết, hay quay thành 1 bộ phim lịch sử những phát minh toán học mà trong đó một nhân vật không thể thiếu là Táctalia.

Vùng Brêsi của Italia, thế kỉ 16. Khi quân Pháp xâm lược tràn đến, mũi giáo của một tên giặc đâm chết người cha và chạm vào khuôn mặt bé nhỏ của Phôniana. Cậu bé sợ chết khiếp và từ đó bị bệnh nói lắp (cà lăm). Táctalia, theo tiếng Ý, là người nói lắp, từ nay trở thành tên chính của Phôniana.

Táctalia không được học tập một cách đầy đủ, chính quy, hệ thống. Nhưng do có trí thông minh đặc biệt, lại cần cù, chịu khó, Táctalia đã tích lũy được một khối lượng kiến thức toán học khá vững chắc. Cậu thích ngồi một mình, suy nghĩ về những bài toán hóc búa, trong đó có bài toán "Giải phương trình bậc ba tổng quát", là bài toán chiếm vị trí trung tâm của các vấn đề toán học thời Trung cổ.

Thời đó người ta hay tổ chức những cuộc thi toán công khai, tại chỗ. Luật thi chưa được chặt chẽ lắm, cách chấm thi cũng còn tùy tiện, nhưng đó là những dịp để người tài thi thố tài năng, và người thắng cuộc được tôn vinh như những người hùng của đất nước.

Táctalia thường là người chiến thắng trong các cuộc thi đó.

Cuộc thi đấu với Phiôri. Năm 1535 trên đất Italia sùng đạo, có một người dân Bôlônhơ tên là Phiôri tuyên bố thách thức người tài trong nước thi đấu toán học. Phiôri là ai ? Có quan hệ gì với vị giáo sư Đại học Tổng hợp Bôlônhơ Xoxipion del Pherô đã qua đời, người hình như đã nắm được bí mật phương pháp giải phương trình bậc ba ?

Phải chăng vị giáo sư đã truyền cho Phiôri cách giải đó?

Nếu vậy thì tình hình sẽ rất khó khăn...

Táctalia nỗ lực hết mình khám phá bí mật cách giải. Và cuối cùng chiếc "chìa khóa vàng" đã nằm trong tay anh.

Trong cuộc thi đấu Táctalia đã giải 30 bài do đối thủ ra cho mình trong hai giờ, trong khi đó đối thủ không giải được bài nào.

Phương pháp của Táctalia tốt hơn, tuy chưa phải là phương pháp tổng quát nhất dẫn đến một công thức duy nhất. Đối với mỗi trường hợp Táctalia dùng một phương pháp riêng thích hợp, tuy chưa được hợp lí lắm, nhưng cũng dẫn đến kết quả đúng. Từ những kết quả riêng này, với những kí hiệu đại số, có thể suy ra phương pháp giải tổng quát các phương trình bậc ba biểu hiện trong một công thức duy nhất chứa các hệ số của ẩn số.

Tiếng đồn về "người nắm bí mật giải phương trình bậc ba" lan xa khắp nước Italia, đến tai nhà chiêm tinh học, kiêm thầy thuốc nổi tiếng Giêrônimô Cacđanô.

Giêrônimô Cacđanô

Đây là một mẫu người đặc trưng của thời Trung cổ, vừa mê muội ; vừa cố chấp.

Ông là tác giả cuốn "Nghệ thuật vĩ đại" xuất bản năm 1545 trong đó có nói đến phương pháp giải phương trình bậc ba.

Ông không coi mình là nhà toán học, mà vẫn tự cho mình là nhà y học. Điều này được nói rõ trong cuốn "Về cuộc sống của tôi" do ông viết ra. Thời đó y học và "chiêm tinh học" đi đôi với nhau. Người ta chữa bệnh bằng thuật chiêm tinh thần bí. Nhiều vị vua chúa ở châu Âu lúc đó đã phải mời Cacđanô vào cung điện riêng để nhờ chữa bệnh, vì ông được nổi tiếng là một nhà chiêm tinh học lỗi lạc. Huyền thoại kể rằng ông đã lập nên cuốn tử vi cơ đốc. Đó là một tội đáng bị nhà thờ đem thiêu trên giàn lửa, vì đã xúc phạm đến quyền uy tối cao của Chúa trời. Chắc ông còn sống được là nhờ sự che chở của các vị "tai to mặt lớn", đã có lần nhờ ông chữa bệnh.

Huyền thoại cũng còn kể rằng Cacđanô đã lập cả tử vi của chính mình, tiên đoán được ngày chết của mình. Nhưng đến ngày đó, ông không chết, để giữ uy tín, ông đã tự sát. Câu chuyện này có lẽ là một hư cấu bao quanh tên tuổi một con người nổi tiếng thời Trung cổ.

Ta trở lại câu chuyện "Giải phương trình bậc ba".

Tên tuổi Táctalia nổi tiếng lọt vào tai Cacđanô. Ông cố moi bí mật của Táctalia bằng mọi cách ; dụ dỗ, dọa dẫm, thậm chí tìm mọi sơ hở để đánh cắp.

Và không ai hiểu việc gì đã xảy ra, Cacđanô nắm được bí mật của Táctalia, công bố "phương pháp giải phương trình bậc ba" trong cuốn sách của ông có tên là "Nghệ thuật vĩ đại" (Ars Magna).

Phần nói về cách giải này có chú thích thêm : "Phương pháp này tác giả cũng đã được người bạn có uy tín lớn là Nicôlô Táctalia thông báo cho".

Vậy thì ai là tác giả của phương pháp giải ?

Bằng chứng nào nói là Cacđanô đã ăn cắp bí mật của Táctalia ?

Táctalia công phẫn cho Cacđanô là một tên vô liêm sỉ, và lời chú thích trên là một lời nhạo báng không thể tha thứ được. Táctalia sẽ dạy cho Cacđanô một bài học nhớ đời.

Cuộc tranh luận lịch sử

Quảng trường trước mặt nhà thờ Maria đông kín người chen nhau, chờ đợi cuộc tranh luận thú vị giữa một bên là Táctalia một bên là Cacđanô. Táctalia buộc tội Cacđanô đã "ăn cắp bí mật phương pháp giải phương trình bậc ba" của mình.

Tiếc thay, Cacđanô vắng mặt, cử học trò của mình là Pherari đến tranh luận với Táctalia.

Táctalia mũi quặp, râu xoăn, tóc hoa râm, có một vết sẹo dài dưới cằm, bước lên bục.

Đối thủ là Pherari (thay mặt cho Cacđanô) trẻ, cặp mắt lừ đừ, có vẻ tự tin, cũng bước lên bục. Sau lưng Pherari là cả một đám "ủng hộ viên" hăng hái, đầy khí thế.

Táctalia nhắc lại 13 năm trước đây ông đã thắng lợi như thế nào trước Phiôri, Cacđanô đã âm mưu đánh cắp phát minh của mình ra sao để in trong cuốn "Nghệ thuật vĩ đại".

Càng nói Táctalia càng lúng túng vì bệnh nói lắp, khó khăn lắm ông mới trình bày được bài nói :

"Trước đây tôi có thách Cacđanô và học trò của ông ta thi

đấu toán học. Tôi ra cho họ 31 bài, họ cũng ra cho tôi từng ấy bài. Thời hạn là 15 ngày nhưng trong 7 ngày tôi đã giải xong, in lời giải, chuyển về Milan. 5 tháng sau tôi mới nhận được lời giải của Cacđanô và Pherari. Như vậy là đã làm sai luật thi đấu. Và tệ hơn nữa, các lời giải của họ không đúng".

Táctalia run run, rút khăn lau mồ hôi ướt đẫm trên trán.

Pherari bình tĩnh, hơi kiêu căng, trả lời đối thủ :

"Khi Táctalia tự nguyện trao cho thầy trò chúng tôi phát minh của ông, thì chúng tôi có phải là kẻ lừa gạt không ?

Hơn nữa phát minh của Táctalia - nếu đúng như vậy - lại được viết thành mật mã dưới dạng những vần thơ bí hiểm tối nghĩa. Còn phát minh của chúng tôi được viết rõ ràng, ai cũng thấy, công khai. Vậy thì ai là tác giả ?

Thầy trò chúng tôi rất cao thượng khi đề cao ông Táctalia bằng lời chú thích bên cạnh phương pháp giải của chúng tôi..."

Pherari rút sách ra đọc to lời chú thích ca ngợi Táctalia "là một tài năng hiếm có", phát minh của Táctalia là "món quà tặng của Đức Chúa Trời".

Pherari nói tiếp, càng nói càng hùng hồn, lôi cuốn :

"Nếu chúng tôi ăn cắp cách giải đúng của Táctalia, thì tại sao kết quả, theo Táctalia đánh giá, lại sai ?

Như vậy phải chăng phát minh của Táctalia là sai ?"

Đám đông "ủng hộ viên" của Pherari vỗ tay, reo hò...

Táctalia hoảng sợ, vì thấy cô độc giữa các công dân thành Milan đang bênh vực đồng hương đáng kính của họ.

Tiếng hò hét át tiếng của Táctalia. Họ đòi thành lập "Hội đồng pháp quan" gồm các công dân giỏi Toán để xét xử. Nhưng Táctalia còn lạ gì đầu óc bè phái của họ !

Cảm thấy không còn được ai nghe, ai ủng hộ, không còn được an toàn, Táctalia rút lui có trật tự.

Còn lại Pherari trên bục, say sưa thuyết trình về cơ học, về toán học, về Acsimet, về chân lí thần thánh, thiêng liêng.

Cuộc tranh luận kết thúc bằng thắng lợi của Pherari, "chàng thanh niên tươi trẻ với giọng nói dịu dàng và khuôn mặt tươi sáng, với những khả năng rộng mở và ý chí của một con quỷ".

Gần 450 năm trôi qua, kể từ cuộc tranh luận năm 1548. Ai đúng ? Ai sai ? Chân lí thuộc về ai ?

Hay mỗi người - Táctalia và Cacđanô - đều có góp công vào chân lí ?

Dầu sao, công thức giải phương trình bậc ba, nếu chỉ lấy tên là "Công thức Cacđanô", cũng là một điều thiên vị, bất công.

Sửa đổi lại điều bất công này như thế nào ? Đó là một điều vẫn chưa thấy ai thực hiện, không hiểu vì lí do gì. Nhiều khi chỉ vì thói quen. Đã gọi là "Công thức Cacđanô" thì không còn muốn gọi là "Công thức Táctalia - Cacđanô" nữa.

BÀI TOÁN CỦA PLATÔN VỀ KHỐI LẬP PHƯƠNG HOA CƯƠNG

Tục truyền rằng năm 432 trước Công lịch, tại Aten bệnh dịch đậu mùa hoành hành, giết hại nhiều người. Dân chúng đến hỏi ý kiến Platôn. Nhưng trước khi đến gặp nhà hiền triết vĩ đại, họ đi cầu khấn thần Apôlông. Thông qua nhà tiên tri ở Đenphi, thần ra lệnh phải tăng thể tích bàn thờ hình lập phương bằng vàng lên gấp đôi. Vậy mỗi cạnh của hình lập phương cũ được tăng lên bao nhiêu lần để được hình lập phương mới có thể tích gấp đôi ?

Nên nhớ là hồi đó chưa có khái niệm về số vô tỉ. (Số thập phân vô hạn không tuần hoàn).

Dân Aten không ai làm nổi việc đó (tất nhiên ! Vì làm sao vẽ được một đoạn bằng $\sqrt[3]{2}$ a với a là độ dài cho trước). Platôn rất bực mình, cho rằng bất hạnh này là do dân chưa chịu học hình học, một khoa học cao quý !

Nếu bài toán trên không giải được, thì bài toán sau đây giải được, và cũng gọi là bài toán khối lập phương của Platôn (do đó có người nhầm lẫn hai bài toán này với nhau). Bài toán thứ hai như sau :

"Có một khối lập phương đồ sộ bằng đá hoa cương, được tạo thành bằng những khối lập phương nhỏ hơn. Khối lập phương

lớn này được đặt trên một nền hình vuông, tạo thành bởi những hình vuông.

Số khối lập phương nhỏ đúng bằng số hình vuông của nền. Vậy có bao nhiêu khối lập phương nhỏ ?"

Vấn đề phải tìm hai số nguyên x và y mà $x^3 = y^2$ (x và y $\neq$ 1). Ta thấy 4.4.4 = 8.8

Nếu x = 4, y = 8 thì không đúng với bức vẽ mô tả khối lập phương đó. Ta hãy dùng số x = 9 và y = 27 ta có $9^3 = 27^2$.

Vậy khối lập phương lớn có $9^3 = 729$ khối lập phương nhỏ, và được đặt trên nền có 27 × 27 hình vuông. Đáp số này khá hợp lí.

KHẢ NĂNG HÌNH HỌC CỦA NHÀ VĂN MĨ EGA - PÔ

(1809 - 1849)

Nhà văn Mĩ Ega - Pô, tác giả những truyện kì dị nổi tiếng, khi viết chuyện rất chú ý đến tính "chính xác toán học". Ông không để cho trí tưởng tượng bay bổng làm mất tỉnh táo khi mô tả các quan hệ hình dạng và số lượng. Hơn thế nữa, ông còn khéo léo giải thích sự kiện bằng những suy luận toán học khá chặt chẽ, đáng phục.

Ai cũng thấy một hiện tượng đặc biệt khi lên cao : đường chân trời hình như được nâng lên cao hơn, trong khi phần đất dưới chân lại bị lõm xuống thành một lòng chảo. Hiện tượng này được Ega - Pô giải thích khéo léo trong truyện viễn tưởng :"Cuộc phiêu lưu của Manxơ - Pơphan" :

Nhà phi hành (nhân vật người hùng của cuốn truyện) giải thích hiện tượng trên như sau :

"...Đường thẳng hạ từ khí cầu của tôi xuống mặt đất sẽ tạo thành cạnh góc vuông của tam giác vuông mà đáy là đường kéo từ chân đường thẳng đứng đến chân trời, còn cạnh huyền là đường thẳng nối từ chân trời đến mắt tôi. Nhưng độ cao mà tôi đang bay (độ cao của khí cầu) thì nhỏ không đáng kể so với tầm nhìn, nói cách khác đáy và cạnh huyền của tam giác vuông

tưởng tượng lớn hơn gấp bội cạnh thẳng đứng đến mức có thể coi cạnh đáy và cạnh huyền là song song nhau. Cho nên mọi điểm nằm đúng phía dưới nhà phi hành hình như bao giờ cũng ở thấp hơn chân trời. Do đó mà nảy sinh cảm giác mặt Trái Đất lõm xuống. Và cảm giác này vẫn tồn tại mãi cho đến khi nào độ cao khí cầu không lớn lắm, để đáy của tam giác và cạnh huyền không còn có vẻ như song song nữa".

Khi đọc đoạn văn trên, không ai nghĩ rằng nó được trích trong một cuốn tiểu thuyết viễn tưởng của một nhà văn, mà nghĩ rằng nó là một bài suy luận hình học của một nhà toán học !

ĐẾM VẾT THƯƠNG... ĂN TIỀN

Một cuốn sách giáo khoa Toán của Nga, xuất bản năm 1795 có cái tên dài kỉ lục :

"Giáo trình đầy đủ về toán học do Ephim Vôichiakhôpxki học viên trường sĩ quan pháo binh, giáo viên toán dân sự biện soạn, có ích và thông dụng cho thanh niên và những người học toán".

Trong cuốn đó có bài toán thưởng công độc đáo, mà đọc lên thấy đau lòng, ai oán cho thân phận những người cầm súng trong chế độ Sa hoàng : "Để thưởng công cho một người lính hầu, người ta ban tặng cho anh ta 1 côpêch cho vết thương thứ nhất, 2 côpêch cho vết thương thứ hai, 4 côpêch cho vết thương thứ ba và v.v....

Theo tính toán thấy rằng người lính nhận được cả thảy 655 rúp 35 côpêch tiền thưởng. Hỏi anh lính có bao nhiêu vết thương ?"

Ta có "phương trình tính số vết thương" :

$$65535 = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + ... 2^{x-1}$$

$$= \frac{2^{x-1}.2 - 1}{2 - 1} = 2^x - 1$$

Vậy $2^x = 65536$, suy ra $x = 16$.

Trả lời : Anh lính hầu bị 16 vết thương.

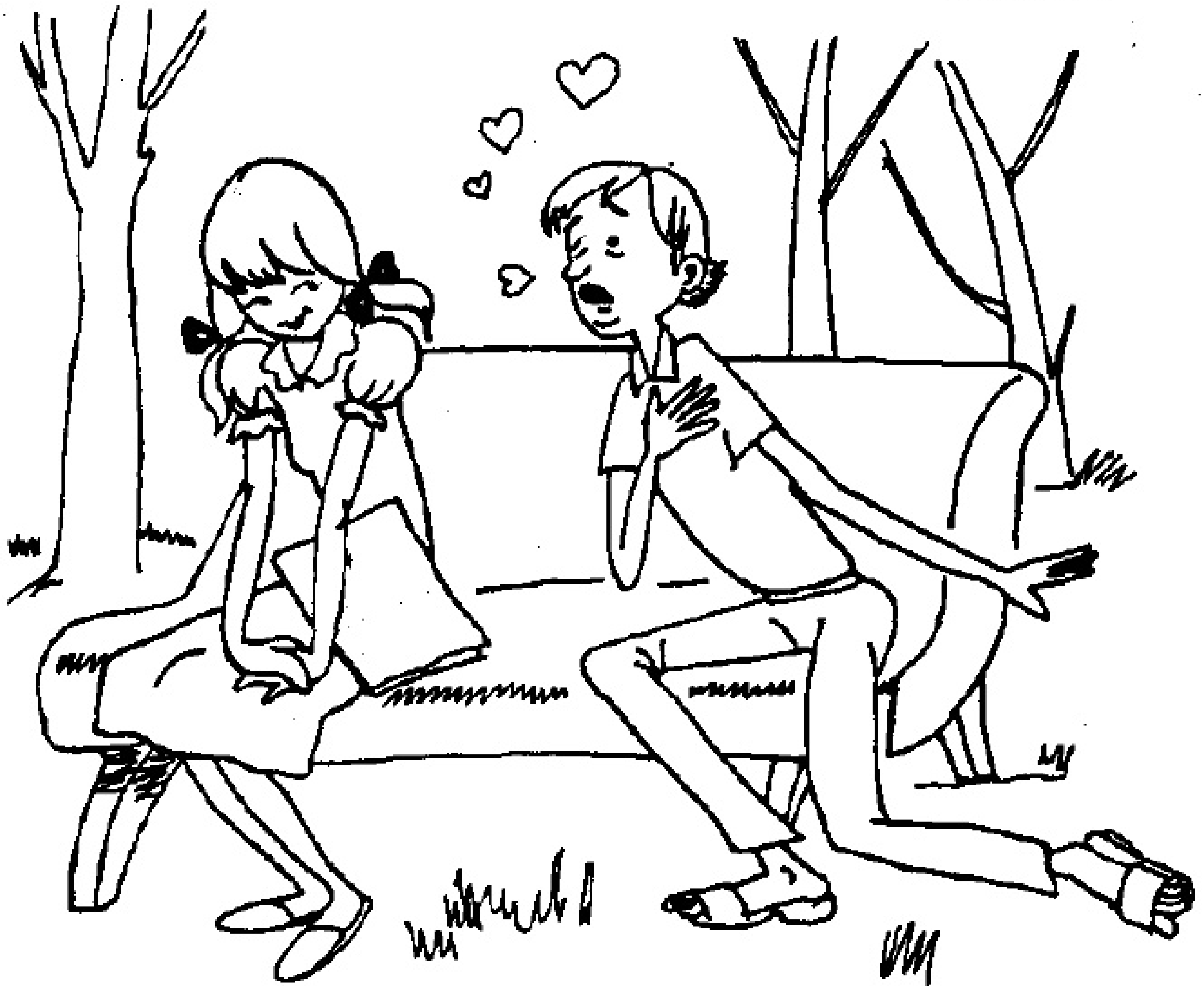
(Không biết anh lính có còn lết nổi đến nơi phát tiền thưởng không, và ta thử tính, số tiền thưởng lên đến bao nhiêu thì anh lính khỏi phải đi lĩnh thưởng nữa !)

TOÁN HỌC VÀ THƠ XUÂN DIỆU

Thầy giáo cho học sinh đề bài bình luận văn học "Hãy bình luận các câu thơ sau đây của Xuân Diệu :

Có một dạo em ngồi xa anh quá
Anh bảo em ngồi xích lại gần hơn
Em ngồi gần anh lại thấy xa hơn
....

(Xa cách)"



Một học sinh lớp chuyên toán đã bình luận như sau : Trên trục số x'Ox gọi tọa độ chỗ anh ngồi là a và tọa độ chỗ em ngồi là t.



Gọi y là "khoảng cách trong trí tưởng tượng của anh" y = f (t) (y là hàm số của t).

Vì "em ngồi gần anh lại thấy xa hơn" nên t - a càng nhỏ thì y = f (t) càng lớn.

Hàm số f (t) phải chăng có thể viết dưới dạng

$y = f(t) = \dfrac{k}{t-a}$ trong đó k là hằng số $\neq 0$.

Rõ ràng $\lim\limits_{t \to a} \left[\dfrac{k}{t-a}\right] = \infty$

Nghe nói Xuân Diệu khi đọc bài bình luận này đã vỗ đùi đánh đét một cái, mà rằng :

Trăm năm trong cõi người ta
Chữ tình, chữ toán khéo là hợp nhau.

DÃY SỐ PHÂN KỲ : SỰ BỊA ĐẶT CỦA MA QUỶ

Xét dãy số 1 ; − 2 ; + 4 ; − 8 ; + 16...

Dãy này có tổng S = 1 − 2 + 4 − 8 + 16....

Nếu viết S theo kiểu S = 1 + (− 2 + 4) + (− 8 + 16)....
= 1 + 2 + 8 + 16... thì

S tiến tới $+\infty$

Nếu viết S theo kiểu S = (1 − 2) + (4 − 8) + (16 − 32)
= − 1 − 4 − 16.... thì

S tiến tới $-\infty$

Vậy $+\infty = -\infty$?

Lại xét dãy 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16....

Tổng Q của dãy là Q = 1 + 2 + 4 + 8.... (1)

Rõ ràng Q tiến tới $+\infty$

Nhân hai vế của (1) cho 2 ta có

2 Q = 2 + 4 + 8 +.... = Q − 1

Suy ra Q = -1

Vậy $+\infty = -1$?

Từ 1854 Riơman đã viết : "Nếu tổng của một dãy số thay đổi khi ta sắp xếp lại hay kết hợp các số hạng bằng các cách khác nhau thì dãy đó gọi là hội tụ có điều kiện (hoặc hội tụ không tuyệt đối)". Riơman đã chứng minh rằng, đối với dãy số loại đó, thì có thể sắp xếp cho tổng của chúng bằng bất cứ số nào, kể cả $+\infty$ và $-\infty$.

Về nghịch lí $+\infty = -1$ Aben có viết :

"Dãy phân kì - đó là sự bịa đặt của ma quỷ. Mọi chứng minh trên dãy đó phải hết sức thận trọng !".

THƯ MỤC SÁCH THAM KHẢO CHÍNH

1. Đại số giải trí Perelman Nhà XB Mir Matxcơva 1990
2. Hình học giải trí Perelman Nhà XB Mir Matxcơva 1989
3. Không sợ toán học J.Sedlácĕk Đại học Sư phạm Qui Nhơn 1988
4. Đến với Vương quốc kì lạ Nguyễn Việt Bắc Báo Khăn Quàng đỏ 1987
5. Ông Hoàng và người đầy tớ của khoa học Xuân Trung Nhà XB Kim Đồng 1980
6. Các nhà toán học xuất sắc Bôrôđin 1987
7. Toán học và chất lãng mạn Kôvanxôp Nhà XBKH và KT 1986
8. Phương pháp luyện trí não Quang Minh Nhà XB Thông tin 1991
9. Những khả năng của con người (Bản tiếng Pháp) Pêkêlitx Nhà XB Mir 1977
10. Fantaisies et pardoxes mathématiques E.P. Northop Dunod Paris 1961
11. Đố vui toán học Xem Lôi đơ Nhà XB Đà Nẵng 1987
12. Toán phát triển Nguyễn Minh Sử Nhà XB Đại Chúng 1971
13. Toán học quan sát Nguyễn Minh Sử Nhà XB Đại Chúng 1971
14. Danh nhân toán học Lê Hải Châu Nhà XBGD 1989
15. Lịch sử hình học Văn Như Cương Nhà XBKH và KT 1977
16. Khả năng và chắc chắc ÊminBoren Nhà XBKHKT 1969
17. Một số quan điểm triết học trong toán học Rudavin Nhà XBGD 1979
18. Sáng tạo toán học Pôlya Nhà XBGD 1975
19. Lôgic vui Kônman NXBKH Matxcơva 1966
21. Giới thiệu lịch sử toán học H. Ivơ Nhà XBKHKT 1993.

MỤC LỤC